

VŠB - Technická univerzita Ostrava  
Fakulta strojní  
Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení

Matematické 3D modelování proudění oleje v šoupátkovém ventilu tlakové regulace

Mathematical 3D modeling of oil flow in spool valve of pressure control

Student:

Bc. Filip Bušo

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Adam Bureček, Ph.D.

Ostrava 2015

## Zadání diplomové práce

Student: **Bc. Filip Bušo**  
Studijní program: N2301 Strojní inženýrství  
Studijní obor: 2302T043 Hydraulika a pneumatika  
Téma: **Matematické 3D modelování proudění oleje v šoupátkovém ventilu tlakové regulace**  
**Mathematical 3D Modeling of Oil Flow in the Spool Valve of Pressure Control**

### Zásady pro vypracování:

1. Literární rešerše k problematice proudění v šoupátkovém ventilu.
2. Definování matematického modelu proudění oleje v šoupátkovém ventilu.
3. Vytvoření 3D modelu ventilu tlakové regulace (PC ventilu) a výpočetní sítě.
4. Modelování proudění pro změřené okrajové podmínky.
5. Vyhodnocení proudového pole (tlakové, rychlostní pole), porovnání matematického modelu s experimentálně změřenými hodnotami.

### Seznam doporučené odborné literatury:

1. KOZUBKOVÁ, M. *Modelování proudění FLUENT, CFX*. VŠB-TU Ostrava, 2008, 142 s. <<http://www.338.vsb.cz/PDF/Kozubkova-Fluent.pdf>>.
2. BLEJCHAŘ, T. *Matematické modelování nestacionárního proudění, kavitace a akustických projevů v hydraulickém ventilu*. Disertační práce, VŠB-TU Ostrava, 2006. 99 s.
3. FLUENT. *Fluent 14.0 - ANSYS FLUENT*. ANSYS, Inc. 2011.
4. MANRING, N. D. *Hydraulic Control Systems*. USA, 2005, 464 s. ISBN 978-0471693116.
5. BOJKO, M. *3D proudění – Ansys Fluent učební text*. VŠB-TU Ostrava, 2012. 314 s. ISBN 978-80-248-2607-3. <<http://www.338.vsb.cz/PDF/3D-Bojko.pdf>>.
6. VESELÝ, F. *Návrh hydraulických řídicích prvků s využitím simulačních výpočtů*. Disertační práce, VŠB-TU Ostrava, 2010. 115 s.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Adam Bureček, Ph.D.**

Konzultant diplomové práce: doc. Ing. Peter Kriššák, Ph.D.

Datum zadání: 13.12.2014

Datum odevzdání: 18.05.2015



---

doc. Dr. Ing. Lumír Hružík  
vedoucí katedry



---

doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.  
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 18. května 2015

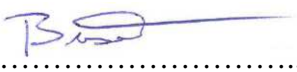
  
.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci školního a § 60 – školní dílo.
- беру на ве́доміі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že diplomová práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užívat dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на ве́доміі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě 18. května 2015



.....  
podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce: Bc. Filip Bušo

Adresa trvalého pobytu autora práce: Rumunská 11, 779 00 Olomouc

## **ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE**

BUŠO, F. Matematické 3D modelování proudění oleje v šoupátkovém ventilu tlakové regulace: Diplomová práce. Ostrava: VŠB - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení, 2015, 50 s. Vedoucí práce: Bureček, A.

Diplomová práce se zabývá simulací proudění oleje v šoupátkovém ventilu tlakové regulace. V úvodu je popsán ventil tlakové regulace a jeho využití při řízení hydrogenerátoru. Poté je vysvětlena problematika spojená s prouděním oleje skrz ventil. Dále práce obsahuje teorii turbulentního proudění a řeší matematických dvojrovnicových turbulentních modelů. V další kapitole je popsáno vytvoření geometrie a sítě v programu „Ansys Workbench“, výběr vhodného matematického modelu a následně výpočty proudění oleje přes šoupátkový ventil tlakové regulace. V závěru práce je porovnání experimentálně změřené a matematicky modelované  $\Delta p - Q$  charakteristiky.

Klíčová slova: ventil tlakové regulace, modely turbulence, matematické modelování, Fluent

## **ANNOTATION OF MASTER THESIS**

BUŠO, F. Mathematical 3D modeling of oil flow in spool valve of pressure control : Master Thesis. Ostrava : VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Control Systems and Instrumentation, 2015, 50 s. Thesis head: Bureček, A.

This thesis deals with a simulation of oil flow in a spool valve pressure regulation. The introduction describes the pressure regulation valve and its use in a pump control. Then, there is an explanation of issue associated with the oil flow through the valve. The work also includes a theory of turbulent flow and a research of two-equation turbulent mathematical models. The next chapter describes a creation of geometry and mesh in Ansys Workbench program, selection of an appropriate mathematical model and calculations of oil flow through the spool valve pressure regulation. The conclusion compares experimentally measured and mathematically modeled  $\Delta p - Q$  characteristic.

Key words: valve of pressure control, turbulence models, mathematical modeling, Fluent

*Poděkování:*

*Děkuji mému vedoucímu diplomové práce Ing. Adamu Burečkovi, Ph.D. za pomoc a odborné připomínky při zpracování této diplomové práce a firmě Danfoss Power Solutions za poskytnutí podkladů a cenných rad během konzultací.*

*Filip Bušo*

# Obsah

Seznam použitých symbolů .....	10
Seznam zkratek .....	12
Úvod .....	13
1 Ventil tlakové regulace a jeho použití .....	14
1.1 Regulace „PC - only“ .....	14
1.2 Regulace „PC - LS“ .....	15
1.3 Popis zadaného ventilu .....	16
2 Problematika proudění v šoupátkovém ventilu .....	18
2.1 Síly působící na šoupátko ventilu .....	18
2.2 Průtok přes škrťací hrany .....	18
2.3 Síly způsobené prouděním kapaliny skrz ventil .....	19
3 Definování matematického modelu .....	21
3.1 Základní rovnice proudění .....	21
3.1.1 Zákon zachování hmotnosti .....	21
3.1.2 Zákon zachování hybnosti .....	22
3.1.3 Zákona zachování energie .....	22
3.2 Turbulentní proudění skutečné kapaliny .....	23
3.2.1 Klasifikace proudění a teorie turbulence .....	23
3.2.2 Vlastnosti turbulentního proudění .....	24
3.2.3 Metody matematického modelování turbulentního proudění .....	25
3.2.4 Reynoldsovo středování a Reynoldsovy rovnice .....	26
3.2.5 Boussinesquova hypotéza o vírové viskozitě .....	27
3.2.6 Statistické modely turbulence .....	28
3.2.7 Dvourovnicové modely turbulence .....	29
4 Vytvoření 3D modelu a výpočetní sítě .....	31



4.1	Tvorba geometrie – „Design Modeler“ .....	31
4.2	Tvorba sítě – „Ansys Meshing“ .....	32
4.3	Výběr vhodného matematického modelu .....	34
4.3.1	Nastavení okrajových podmínek a volba materiálu .....	34
4.3.2	Vyhodnocení modelů .....	35
5	Porovnání matematického modelu s experimentem.....	40
5.1	Popis experimentu.....	40
5.2	Porovnání experimentu s matematickou simulací .....	46
5.3	Změna $\Delta p - Q$ charakteristiky s teplotou .....	46
	Závěr .....	49
	Seznam použité literatury .....	50
	Seznam obrázků.....	52
	Seznam tabulek .....	54

## Seznam použitých symbolů

$a$	zrychlení	$[\text{m/s}^2]$
$a^*$	empirická konstanta	[1]
$C_\mu$	empirická konstanta	[1]
$d_h$	hydraulický průměr	$[\text{m}]$
$F_{ax}$	axiální síla	$[\text{N}]$
$F_{hv}$	síla od proudění kapaliny	$[\text{N}]$
$F_m$	hmotnostní síla	$[\text{N}]$
$F_p$	tlaková síla	$[\text{N}]$
$F_{pv}$	síla od pružiny	$[\text{N}]$
$F_{sv}$	setrvačná síla	$[\text{N}]$
$F_t$	smyková síla	$[\text{N}]$
$F_{tv}$	třecí síla	$[\text{N}]$
$H$	hybnost	$[\text{kg} \cdot \text{m/s}]$
$k$	turbulentní kinetická energie	$[\text{m}^2/\text{s}^2]$
$l$	délkové měřítko	$[\text{m}]$
$m$	hmotnost	$[\text{kg}]$
$N_p$	počet uzlů sítě	[1]
$p$	tlak	$[\text{bar}]$
$\Delta p$	tlakový spád	$[\text{bar}]$
$Q$	průtok	$[\text{dm}^3/\text{min}]$
$Re$	Reynoldsovo číslo	[1]
$S$	teoretický průřez	$[\text{m}^2]$
$S'$	skutečný průřez	$[\text{m}^2]$
$S_z$	zdrojový člen	[1]
$t$	čas	$[\text{s}]$
$t_t$	teplota	$[\text{°C}]$

$u, v$	teoretická rychlost	[m/s]
$v'$	skutečná rychlost	[m/s]
$x, y, z$	poloha v ose	[m]
$\alpha$	úhel vtoku, výtoku kapaliny	[rad]
$\alpha^*$	součinitel kontrakce	[1]
$\varepsilon$	rychlost disipace	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]
$\eta$	dynamická viskozita	[Pa·s]
$\mu$	součinitel průtoku	[1]
$\mu_t$	turbulentní dynamická viskozita	[Pa·s]
$\rho$	hustota	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	normálové napětí	[Pa]
$\tau$	smykové napětí	[Pa]
$\varphi$	rychlostní součinitel	[1]
$\nu_k$	kinematická viskozita	[m <sup>2</sup> /s]
$\omega$	vířivost	[1/s]

## **Seznam zkratek**

PC	pressure compensation
LS	load sensing

## Úvod

Tématem této práce je matematická simulace proudění oleje v šoupátkovém ventilu pro tlakovou regulaci hydrogenerátoru. V první kapitole je popsán ventil tlakové regulace a jeho použití ve spolupráci s hydrogenerátorem, dále jeho možnosti zapojení pro regulaci „PC – only“ nebo „PC - LS“ regulaci.

Poté je v práci zpracována rešerše dějů, ke kterým dochází při proudění oleje skrze šoupátko, jako jsou síly působící na šoupátko, průtok přes škrťací hranu nebo průtok skrze úzkou štěrbinu.

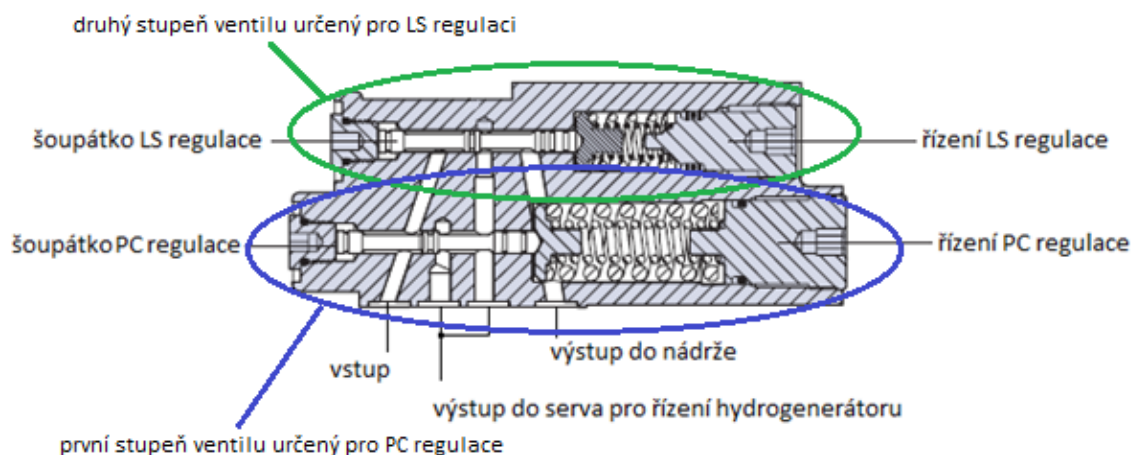
Třetí kapitola popisuje matematické modely proudění. Princip jejich výpočtu je vysvětlen od úplně základních rovnic proudění, přes teorii turbulence, k základnímu rozdělení modelů. Závěrem této kapitoly jsou popsány dvojrovnicové modely turbulence a jejich použití v praxi.

Dále se v práci věnuji samotné simulaci proudění vytvořené v programu „Ansys Workbench“. Nejprve je popsáno vytvoření geometrie a výpočetní sítě, poté výběr vhodného modelu pro výpočet. Dále je provedena simulace proudění při různých vstupních rychlostech a vyhodnocení proudového pole.

Poslední kapitola obsahuje popis experimentálního měření, schéma obvodu se specifikací použitých prvků a vyhodnocení měření. V závěru této kapitoly je porovnání experimentálně změřené a matematicky modelované  $\Delta p - Q$  charakteristiky.

# 1 Ventil tlakové regulace a jeho použití

Šoupátkový ventil pro tlakovou regulaci se používá při regulaci axiálního pístového hydrogenerátoru s nakloněnou deskou. Podle funkce a složení ventilu nazýváme regulaci buď „PC - only“ nebo „PC - LS“. Na obrázku 1 můžeme vidět skladbu ventilu pro „PC - LS“ regulaci.

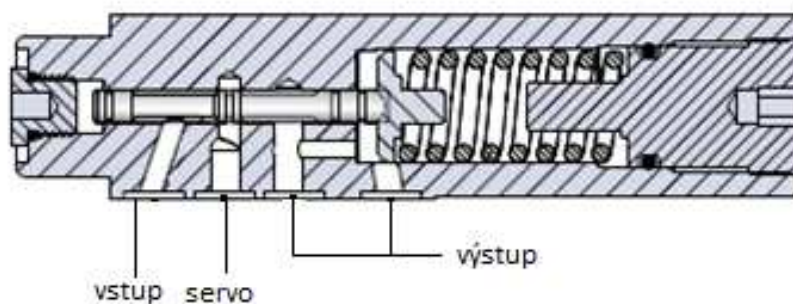


Obrázek 1: Ventil „PC – LS“ regulace [11]

## 1.1 Regulace „PC - only“

Regulace „PC - only“ používá pro řízení hydrogenerátoru pouze první stupeň z ventilu, který je zobrazen na obrázku 1. Druhý stupeň (LS) na ventilu u tohoto typu regulace není. Požadovaný tlak, při kterém dojde k propojení vstupu a serva se nastavuje pomocí předepjaté pružiny. Nevýhodou je, že nemáme možnost řídit rychlost vysouvání (zasouvání) hydromotoru v závislosti na jeho zatížení. Řez ventilem pro regulaci „PC - only“ je vidět na obrázku 2.

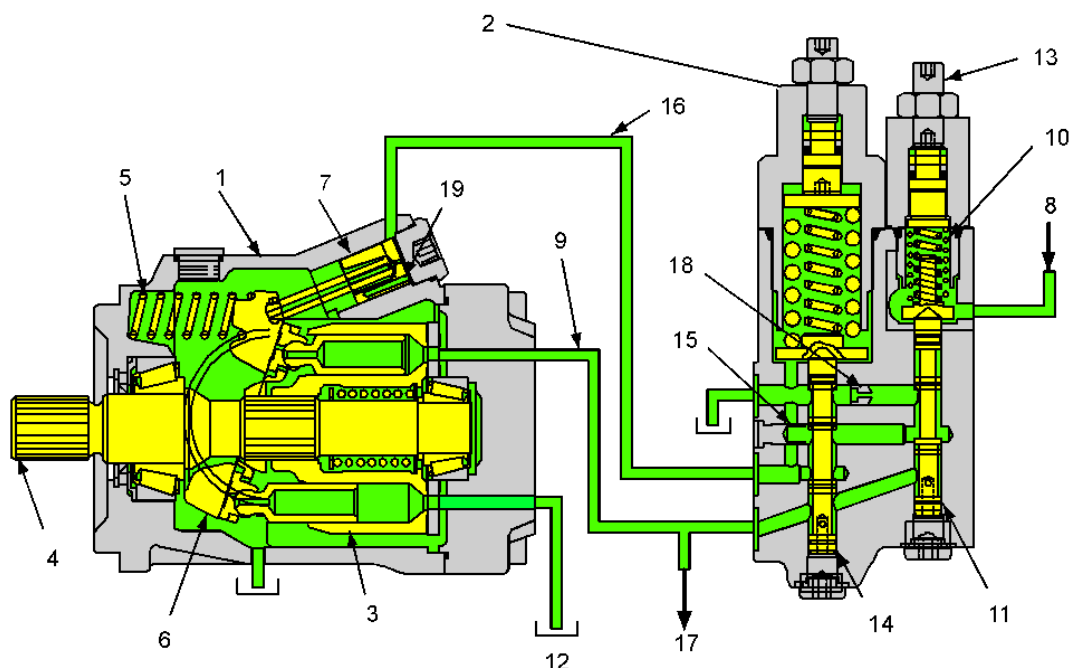
Na vstupu do ventilu působí tlak z hydrogenerátoru a hydraulického obvodu. Proti tomuto tlaku působí síla od pružiny, která tlačí na šoupátko z druhé strany. Pokud je tlak na vstupu do ventilu nižší než je síla pružiny, pak pozice šoupátka nedovoluje průchod oleje ze vstupu do serva a deska axiálního pístového hydrogenerátoru je vykloněná na maximum a dodává maximální průtok. Pokud však tlak v obvodu stoupne natolik, že přetlačí pružinu, šoupátko se posune, čímž otevře průchod ze vstupu do serva a tím dojde k přetlačení pružiny, která vyklání desku, čímž se sníží průtok, viz obr. 3. Jakmile tlak v obvodu opět poklesne, šoupátko se přesune a uzavře průchod ze vstupu do serva a naopak otevře průchod ze serva do výstupu. Tím dojde k poklesu tlaku v servu a pružina vykloní desku hydrogenerátoru opět do maxima, tj. hydrogenerátor má maximální geometrický objem.



**Obrázek 2: Ventil regulace „PC – only“ [11]**

## **1.2 Regulace „PC - LS“**

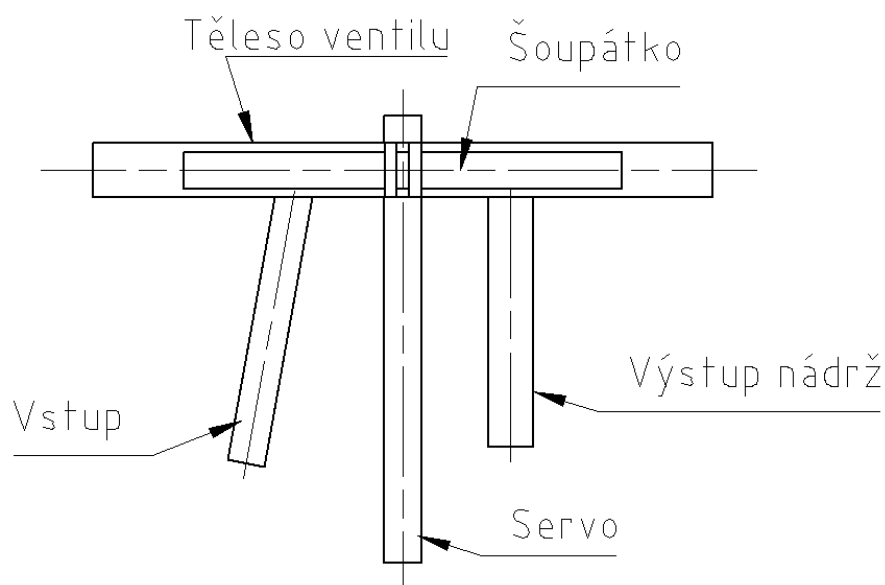
Jedná se o regulaci, při které se přestavuje deska na axiálním pístovém čerpadle podle potřeb obvodu tak, aby hydrogenerátor dával konstantní průtok bez ohledu na velikost zatížení hydromotoru. Ventil „PC - LS“ regulace se skládá ze dvou stupňů. Na první stupni je ventil pro kontrolu maximálního tlaku v obvodu a plní funkci pojistného ventilu. Na druhém stupni je ventil pro „Load – Sensing“ regulaci, respektive „flow compensation“, protože dochází k řízení průtoku v závislosti na zatížení hydromotoru. Principem činnosti ventilu je škrcení průtoku oleje do prostoru akčního členu, který řídí naklonění desky axiálního hydrogenerátoru. Z obrázku 3 vyplývá, že šoupátko na druhém stupni působí z jedné strany tlak, který je za hydrogenerátorem (výstup 17) a z druhé strany tlak, který je v obvodu (vstup 8) a síla pružiny 10. Tyto tlaky řídí otevření a zavření šoupátka, takže se jedná o hydraulicky ovládaný šoupátkový ventil. Pokud je tlak za hydrogenerátorem nižší než v obvodu, šoupátko na druhém stupni je plně zavřené a olej neproudí do akčního členu (pouze do výstupu 17), který má za úkol přestavovat desku axiálního hydrogenerátoru. Pakliže je tlak v obvodu vyšší než je tlak za hydrogenerátorem, olej pod tlakem se vstupem 8 dostane pod pístek, ten otevře šoupátko proti síle pružiny 10 a z hydrogenerátoru proudí olej jak výstupem 17, tak i do šoupátka na druhém stupni a dále do akčního členu. Ten vyklání desku hydrogenerátoru tak, že se snižuje jeho geometrický objem, dokud se tlak za hydrogenerátorem a tlak v obvodu nevyrovnají. Pak se šoupátko na druhém stupni znovu zavře. Na obrázku 3 můžeme vidět sestavení obvodu pro „Load-Sensing“ regulaci [10].



Obrázek 3: „Load-Sensing“ regulace [10]

### 1.3 Popis zadaného ventilu

V mé práci se zabývám prouděním oleje na prvním stupni ventilu, tedy regulací typu „PC – only“.

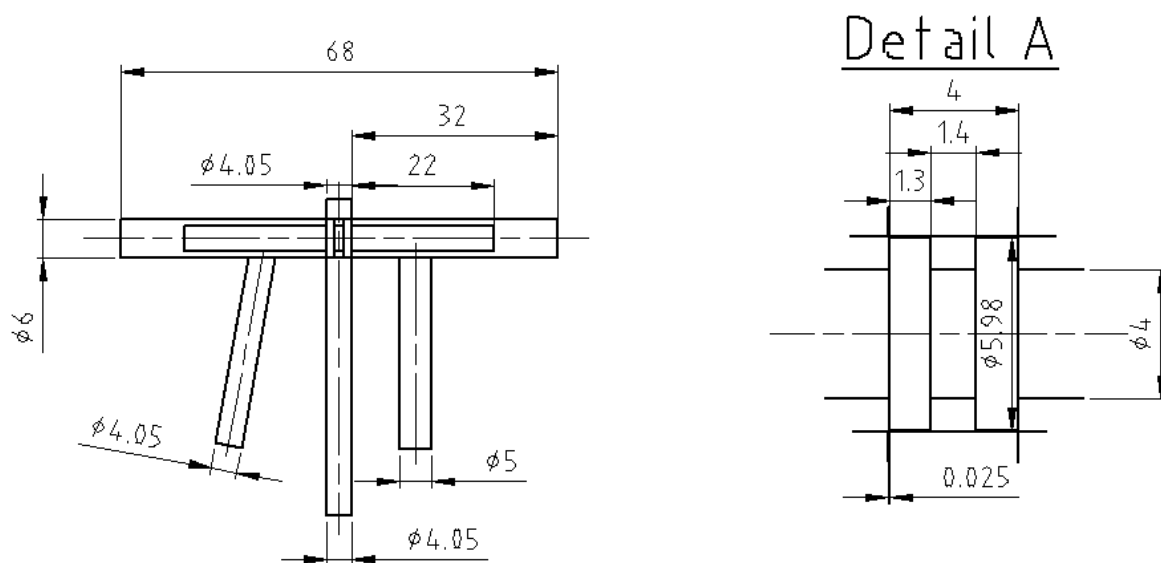


Obrázek 4: Popis ventilu

Na obrázku 4 je popis ventilu. Na vstup do ventilu přichází olej pod tlakem z hydrogenerátoru. Jeho tlak a průtok snímáme a naměřené hodnoty poté použijeme pro definici okrajových podmínek matematického modelu. Pokud tlak v systému naroste natolik, že přetlačí pružinu, která působí proti tlaku oleje, dojde k posunutí šoupátka a propojení kanálu vstup a servo. To má za následek zvýšení tlaku na akčním členu, který



následně vykloní desku hydrogenerátoru. Při experimentu bude v kanálu servo připojen snímač tlaku. Experiment i matematický 3D model bude vytvořen pro střední polohu šoupátka, viz obr. 5. Tato poloha šoupátka se nastaví mechanickým dorazem. Při tvorbě 3D geometrie jsem vycházel ze schematického výkresu na obrázku 5.

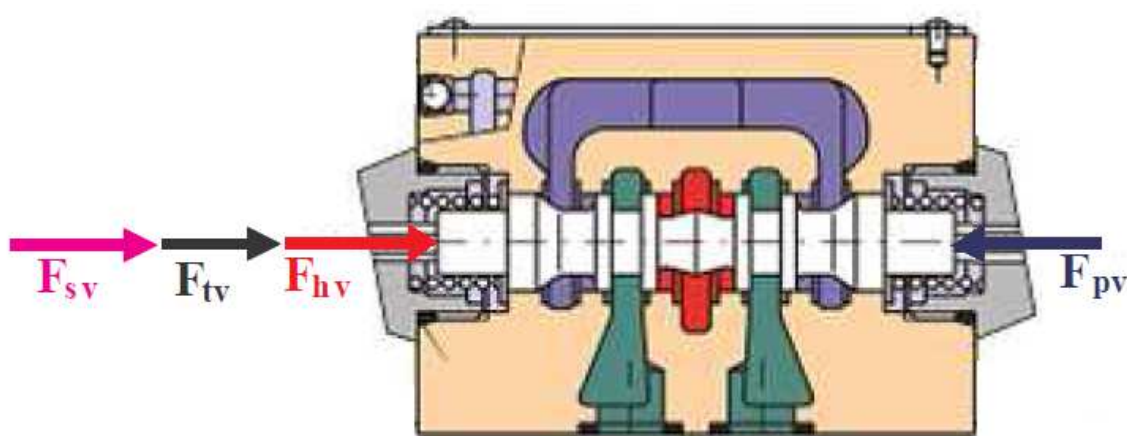


**Obrázek 5: Schématický výkres ventilu**

## 2 Problematika proudění v šoupátkovém ventilu

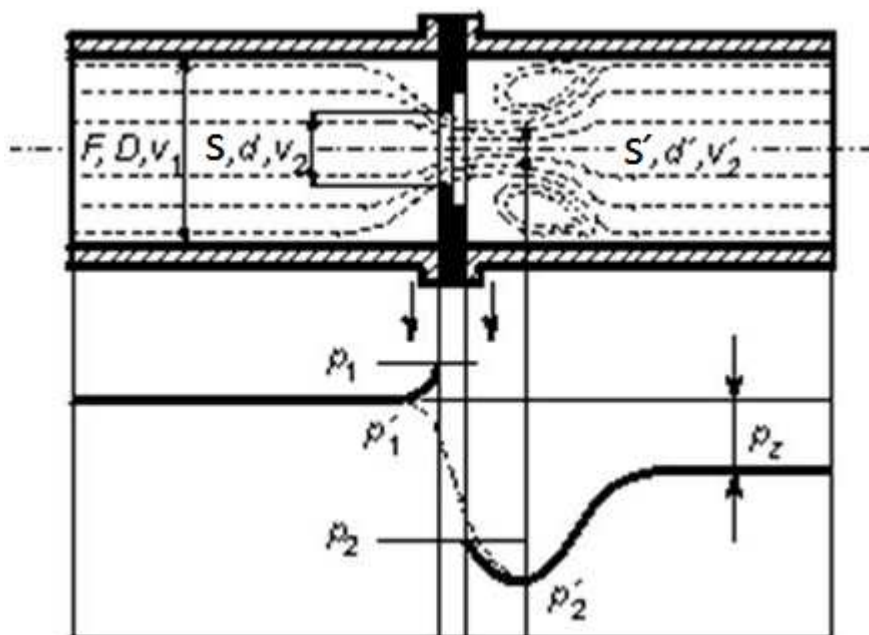
### 2.1 Síly působící na šoupátko ventilu

Na funkce ventilu mají velký vliv axiální síly působící na jeho šoupátko. Mezi tyto síly patří síla pružiny  $F_{pv}$ , síla vzniklá prouděním kapaliny skrze šoupátko  $F_{hv}$ , setrvačné síly  $F_{sv}$  a síly třecí  $F_{tv}$ , mezi které lze zahrnout i síly smykového a viskózního tření. Působení těchto sil je znázorněno na obrázku 6. Tyto síly můžeme rozdělit na dvě skupiny, a to na síly akční (ovládací) a reakční. Mezi síly akční patří síla od vratné pružiny, zbývající síly, jsou silami reakčními. Síly působící na šoupátko jsou závislé na průtočné ploše mezi škrtkými hranami a na charakteristice pružiny [10].



Obrázek 6: Síly působící na šoupátko [9]

### 2.2 Průtok přes škrtké hrany



Obrázek 7: Průtok pře škrtké hrany [12]

Průtok přes škrťací hrany vidíme na obrázku 7 a je dán vztahem [8]:

$$Q = \mu \cdot S \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}, \quad (1)$$

kde  $\mu$  je součinitel průtoku,

$S$  je teoretický průřez paprsku

$\rho$  je hustota kapaliny

$\Delta p$  je tlakový spád na škrťacích hranách

Součinitel průtoku  $\mu$  obvykle nabývá hodnot (0,68 – 0,78) a je dán vztahem:

$$\mu = \alpha^* \cdot \varphi, \quad (2)$$

kde  $\alpha$  je součinitel kontrakce (zúžení) paprsku:

$$\alpha^* = \frac{S'}{S}, \quad (3)$$

$S'$  je skutečný průřez paprsku,

$S$  je teoretický průřez paprsku

$\varphi$  je rychlostní součinitel, vyjadřující vliv třecích odporů kapaliny

$$\varphi = \frac{v_2'}{v_2}, \quad (4)$$

$v_2'$  je skutečná rychlost,

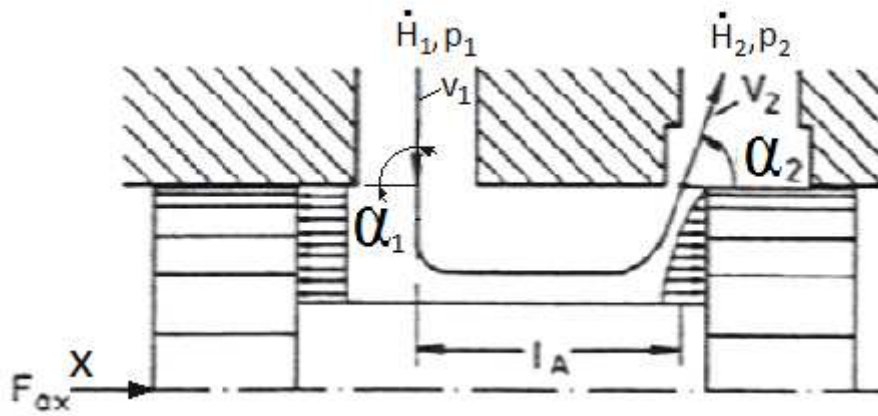
$v_2$  je teoretická rychlost.

Průtokový součinitel  $\mu$  je závislý na Reynoldsově čísle, a jelikož je Reynoldsovo číslo závislé na viskozitě, budou i tyto ventily závislé na viskozitě. Průtokový součinitel je dále závislý na protitlaku za ventilem a na geometrii ventilu.

Zmenšením průtočného průřezu  $S$  mezi škrťacími hranami šoupátka, dojde k nárůstu rychlosti kapaliny a tím poklesu statického tlaku (za předpokladu konstantního objemu). To má za následek vznik síly působící ve směru uzavření škrťacích hran.

## 2.3 Síly způsobené prouděním kapaliny skrz ventil

Tyto síly způsobuje rozdílný tok hybností mezi olejem, který vstupuje do ventilu a olejem, který z něj vystupuje, viz obr. 8.



**Obrázek 8: Tok hybností ve ventilu [9]**

Tyto toky hybností  $H$  v axiálním směru lze vyjádřit pomocí rovnice [9]:

$$\dot{H}_1 = \rho \cdot S_1 \cdot v_1^2 \cdot \cos \alpha_1 = \rho \cdot Q \cdot v_1 \cdot \cos \alpha_1 \quad (3)$$

$$\dot{H}_2 = \rho \cdot S_2 \cdot v_2^2 \cdot \cos \alpha_2 = \rho \cdot Q \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2 \quad (4)$$

Potom síla působící na šoupátko  $F$  bude:

$$F_{ax} = \dot{H}_2 - \dot{H}_1 = \rho \cdot Q \cdot (v_2 \cdot \cos \alpha_2 - v_1 \cdot \cos \alpha_1) \quad (5)$$

Jelikož olej vstupuje do ventilu pod úhlem  $90^\circ$ , hybnost  $H_1$  nemá vliv na axiální sílu  $F_{ax}$  a proto ji můžeme z rovnice vyloučit. Toto tvrzení nám potvrzuje i rovnice (6).

$$\dot{H}_1 = \rho \cdot S_1 \cdot v_1^2 \cdot \cos 90^\circ = \rho \cdot Q \cdot v_1 \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ [kg} \cdot \text{m/s]} \quad (6)$$

Poté tedy dostáváme rovnici pro výpočet axiální síly, která působí na šoupátko:

$$\overrightarrow{F_{ax}} = \rho \cdot Q \cdot v_2 \cdot \cos \alpha_2, \quad (7)$$

dále můžeme z rovnice kontinuity dosadit

$$v_2 = \frac{Q}{S_2} \quad (8)$$

a z průtokové rovnice můžeme dosadit

$$Q = \mu \cdot S_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho}}. \quad (9)$$

Po úpravách dostáváme rovnici [9]:

$$F = 2 \cdot \mu^2 \cdot S_2 \cdot \Delta p \cdot \cos \alpha_2 \quad (10)$$

Z rovnice vyplývá, že tato axiální síla je závislá na průtočném průřezu  $S_2$ , na tlakovém spádu  $\Delta p$  a úhlu  $\alpha_2$  vektoru rychlosti. Přitom průtočný průřez  $S_2$  je funkcí polohy šoupátka  $x$  a úhel  $\alpha_2$  je závislý na geometrii šoupátka [9].

### 3 Definování matematického modelu

#### 3.1 Základní rovnice proudění

Rovnice popisující proudění vycházejí ze tří základních fyzikálních zákonů. Jsou to zákony zachování hmotnosti, hybnosti a energie.

##### 3.1.1 Zákon zachování hmotnosti

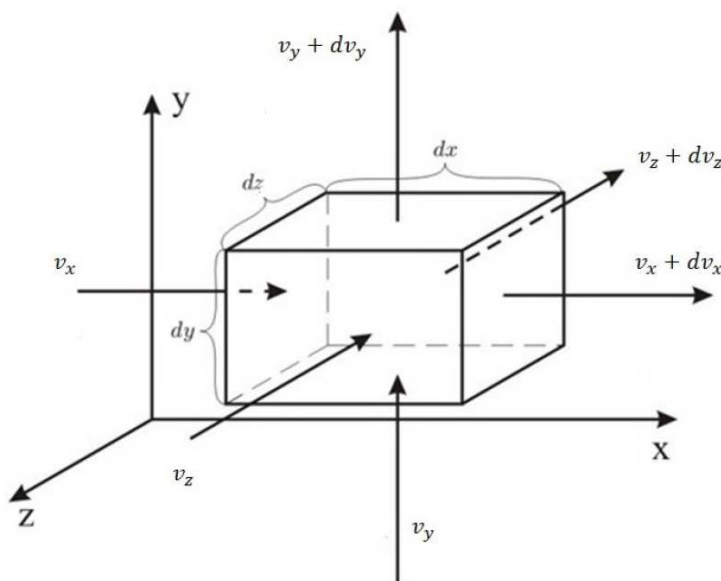
Tento zákon nám říká, že součet časové a konvektivní změny průtoku je roven nule případně zdrojovému členu  $S_z$ . Časová změna nám vyjadřuje změnu hmotnosti kontrolního objemu tekutiny vlivem jeho stlačování nebo rozpínání. Konvektivní změna je způsobena rozdílem hmotnosti přitečené a odečené tekutiny z kontrolního objemu. Aplikací zákona zachování hmotnosti na elementární objem získáme rovnici kontinuity. Elementární objem tekutiny je znázorněn na obrázku 9.

Rovnice kontinuity vyjádřená v diferenciálním tvaru [1]:

$$\frac{\partial(\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = S_z \quad (11)$$

Tato rovnice je obecnou rovnicí kontinuity pro neustálené prostorové proudění stlačitelné tekutiny. Při ustáleném proudění nestlačitelné tekutiny je hustota této tekutiny konstantní ( $\rho = \text{konst.}$ ) a rovnice kontinuity má pak tvar [7]:

$$\frac{\partial(u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(u_z)}{\partial z} = S_z \quad (12)$$



Obrázek 9: Elementární objem tekutiny [7]

### 3.1.2 Zákon zachování hybnosti

Zákon zachování hybnosti vychází z rovnováhy sil při proudění viskózní tekutiny, kdy je setrvačná síla  $F_{sv}$  rovna součtu sil hmotnostní  $F_m$ , tlakové  $F_p$  a smykové  $F_t$  [7].

$$\bar{F}_{sv} = \bar{F}_m + \bar{F}_p + \bar{F}_t \quad (13)$$

$$F = m \cdot a \quad (14)$$

Pokud aplikujeme druhý Newtonův zákon na rovnici rovnováhy, zjistíme, že setrvačná síla  $F_{sv}$  je dána setrvačným zrychlením a hmotností elementárního objemu tekutiny, obdobně je tomu u síly hmotností  $F_m$ . Ta je dána složkami zrychlení  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  vztaženými na jednotku hmotnosti tekutiny  $m$ . Tlaková síla  $F_p$  je dána složkami normálového napětí  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ . Podobně je tomu u smykové síly  $F_t$ , která je dána složkami smykového napětí  $\tau_x$ ,  $\tau_y$ ,  $\tau_z$ . Po vyjádření sil pomocí výše popsaného způsobu získáme obecný složkový zápis rovnice hybnosti neboli Navierovy-Stokesovy rovnice pro stlačitelnou tekutinu [1], [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} &= a_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} &= a_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} &= a_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

Pro nestlačitelnou tekutinu platí rovnice [7]:  $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$

Navierovy-Stokesovy rovnice pak mají tvar [7]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial j} = a_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial i} + \nu \Delta u_i \quad (16)$$

Lze tedy říci, že Navierovy-Stokesovy rovnice nám vyjadřují rovnováhu sil ve skutečné tekutině.

### 3.1.3 Zákona zachování energie

Zákon zachování energie také nazýváme energetická rovnice a jde v podstatě o vyjádření prvního zákona termodynamiky. Představíme-li si elementární částici tekutiny nekonečně malého objemu pohybující se s okolní tekutinou, pak první zákon termodynamiky vyjadřuje rovnost mezi rychlostí změny energie a součtem toku tepla do elementu a intenzity práce, kterou vykonají objemové a plošné síly působící na element. Rovnice energie by pak vypadala takto [7]:

$$\rho u_i \cdot \frac{Du_i}{Dt} + \rho c \frac{DT}{Dt} = \rho a_i u_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \cdot \left( k \cdot \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \cdot (\tau_{ij} u_i) \quad (17)$$

Výše popsané zákony zachování se používají pro laminární i turbulentní proudění. U laminárního proudění tvoří soustava rovnic uzavřenou smyčku, ale u turbulentního proudění jsou rovnice mnohem náročnější, jelikož jednotlivé veličiny představují okamžité hodnoty náhodných nestacionárních veličin [1].

## 3.2 Turbulentní proudění skutečné kapaliny

### 3.2.1 Klasifikace proudění a teorie turbulence

Při proudění kapaliny byly vypořizovány dva různé režimy:

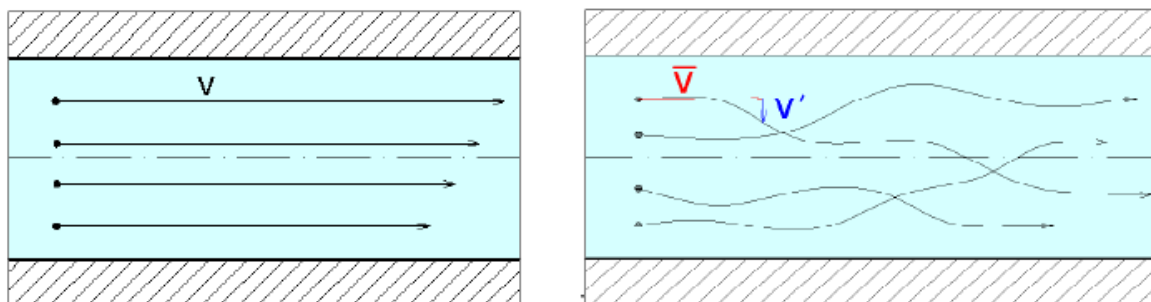
#### Laminární proudění

Proudění nazýváme laminární, jestliže se jeho částice pohybují uspořádaným pohybem v tenkých vrstvách, aniž by se přemísťovali po průřezu, jeho rychlost je funkcí času  $t$  a polohy  $x$ .

#### Turbulentní proudění

Proudění nazýváme turbulentní, jestliže se jeho částice chaoticky pohybují jak v prostoru, tak i v čase, jeho rychlost je náhodnou funkcí času  $t$  a polohy  $x$ .

Obrázek 10 nám ukazuje chování částic kapaliny při laminárním a turbulentním proudění.



**Obrázek 10: Laminární proudění (vlevo), turbulentní proudění (vpravo) [1]**

Režimy proudění se zabýval Osborne Reynolds, který vypořizoval, že při nárůstu viskózních sil přejde turbulentní proudění v laminární. Zavedl tedy bezrozměrnou veličinu a určil její kritickou hodnotu, při které dochází k přechodu z laminárního proudění na turbulentní. Tato veličina se začala nazývat Reynoldsovo číslo a jeho kritická hodnota se mění v závislosti na okrajových podmínkách v rozmezí (2000 – 3000). Reynoldsovo číslo lze vypočítat ze vztahu [1]:

$$Re = \frac{v \cdot d_h}{\nu_k}, \quad (18)$$

kde  $v$  je rychlost proudění,  $d_h$  je hydraulický průměr a  $\nu_k$  je kinematická viskozita.

Obecně lze říci, že laminární proudění přejde v turbulentní, pokud jsou setrvačné a objemové síly působící na kapalinu dostatečně velké na to, aby překonaly vazké síly, které tlumí náhodné pohyby v kapalině.

### 3.2.2 Vlastnosti turbulentního proudění

#### 1) Náhodný pohyb částic tekutiny

Pohyb částic (molekul) tekutiny je složen z uspořádaného středního pohybu a z náhodné fluktuace. Vlivem náhodné fluktuace se molekula pohybuje v objemu tekutiny a může se dostat z oblasti s větší makroskopickou rychlostí do oblasti s nižší makroskopickou rychlostí, a tím může dojít k nárazu do jiné molekuly. Při nárazu odevzdá rychlejší molekula část své hybnosti molekule pomalejší, čímž se první zpomalí. Pokud přechází molekula z oblasti s nižší rychlostí do oblasti s vyšší rychlostí, dojde k nárazu, při němž se hybnost molekuly zvýší. Těmito pohyby dochází mezi malými objemy v tekutině ke sdílení hybnosti. To způsobuje větší vnitřní tření tekutiny a zvýšený odpor proti proudění [7].

#### 2) Tečné napětí

Neuspořádaný pohyb molekul vyvolává takzvané přídavné turbulentní napětí. To vzniká vlivem pronikání molekul tekutiny mezi sousední vrstvy, což má za následek změnu hybnosti těchto molekul. Tečné napětí je určeno právě touto změnou hybnosti, dále mírou vnitřního tření v kapalině a rychlostním gradientem [7].

#### 3) Turbulentní viskozita

Je složitá funkční závislost stavu proudící tekutiny na poloze uvažovaného bodu, tedy sdílení hybnosti fluktuacemi a odlehlosti od stěny. To je důvodem, že rychlostí profil turbulentního proudění je plochý ve srovnání s rychlostním profilem laminárního proudění, který je parabolického tvaru [7].

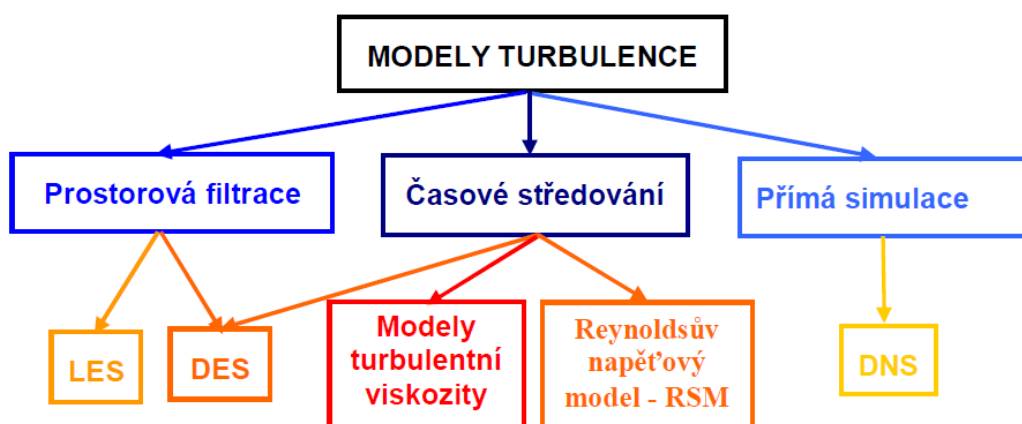
#### 4) Difuzní charakter turbulence

Jelikož jsou rychlostní rozdíly vyvolané turbulentními fluktuacemi rychlostí zdrojem vazkých napětí a disipace energie, vnitřní energie tekutiny se zvyšuje na úkor kinetické energie turbulence. Proto lze říci, že turbulence vyžaduje nepřetržitý přísun energie na pokrytí ztrát, jinak zaniká [7].



### 3.2.3 Metody matematického modelování turbulentního proudění

Vzhledem k tomu, že podstata turbulence není ještě doposud vyřešena a nebyl vytvořen univerzální model turbulence, existuje celá řada teoreticky odlišných modelů. Jejich rozdělení vidíme na obrázku 11.



Obrázek 11: Rozdělení modelů turbulence [1]

Tyto modely jsou značně zjednodušené a jsou vhodné pouze pro určité podmínky. V současné době existují pro numerickou simulaci turbulentního proudění tři základní přístupy:

#### 1) Metoda přímé numerické simulace (DNS – Direct Numerical Simulation)

Tato metoda klade velké nároky na kapacitu počítače z důvodu velmi jemné sítě. Potřebný počet uzlových bodů sítě lze odhadnout z rozměru nejmenšího turbulentního víru, tzv. Kolmogorova mikroměřítko turbulence [1].

$$N_p \sim Re_l^{9/4} \quad (19)$$

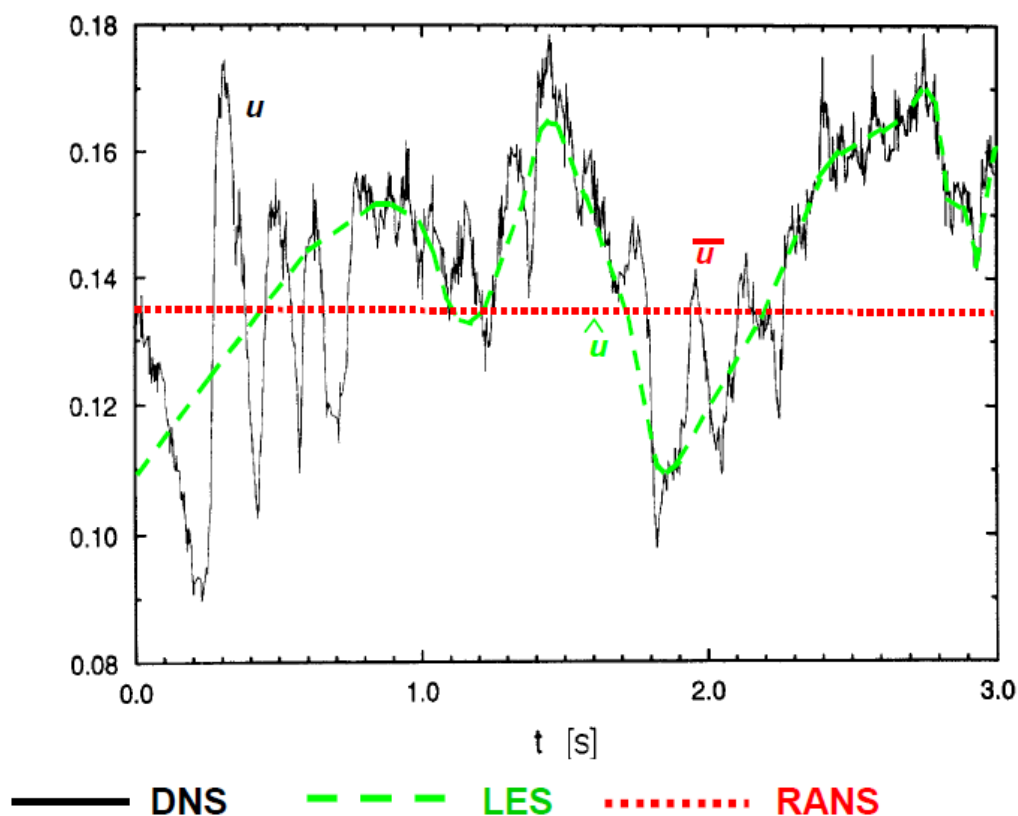
Ze vzorce je patrné, že počet uzlů sítě  $N_p$  prudce narůstá s Reynoldsovým číslem  $Re$ , což klade velké nároky na paměť a výkon počítače.

#### 2) Metoda velkých vírů (LES – Large Eddy Simulation)

Jak název napovídá, metoda je založena na modelování velkých vírů, které jsou časově a prostorově závislé a lze je zachytit sítí.

#### 3) Metoda Reynoldsova časového středování Navierových – Stokesových rovnic (RANS – Reynolds Averaged Navier – Stokes Equations)

Metoda spočívá v aplikaci statistických metod při řešení a zjednodušení základních rovnic.



**Obrázek 12: Metody modelování turbulence [1]**

Na obrázku 12 je znázorněn časový průběh výpočtu určité veličiny při použití výše popsáných matematických modelů.

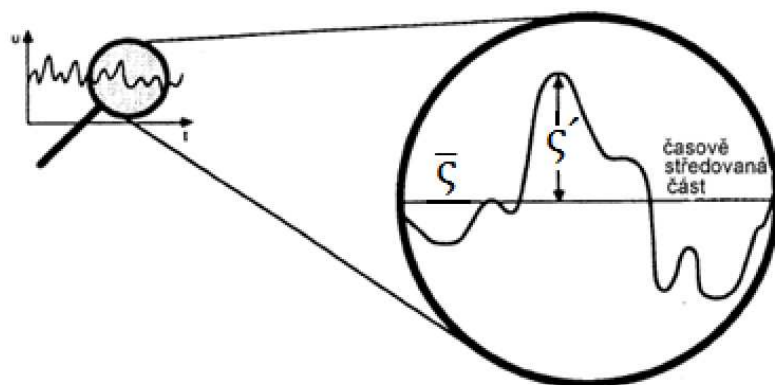
Simulace prováděné v rámci této diplomové práce jsou vypočteny právě metodou Reynoldsova středování, proto je tato metoda popsána podrobněji v následující kapitole.

### 3.2.4 Reynoldsovo středování a Reynoldsovy rovnice

Jak je výše popsáno, tak turbulentní proudění je charakteristické svým náhodným pohybem částic v čase a prostoru, z čehož vyplývá, že jakákoliv fyzikální veličina (tlak, teploty, rychlost, atd.) je náhodnou funkcí času. Pokud však aplikujeme statistické metody výpočtu turbulence, zjistíme, že výsledkem je stabilní proudění. Tohoto jevu si povšiml Osborn Reynolds a navrhnul rozdělit hodnoty popisující turbulentní proudění na střední hodnotu  $\bar{\zeta}$  a fluktuaci  $\zeta'$ . Přičemž platí, že [7]:

$$\zeta = \bar{\zeta} + \zeta' \quad (20)$$

$$\text{kde } \bar{\zeta} = \frac{1}{T} \int_0^T \zeta dt \quad \text{a} \quad \zeta' = 0.$$



**Obrázek 13: Fluktuace a její časově středovaná část [1]**

Na obrázku 13 je naznačeno rozdělení turbulentní hodnoty pomocí Reynoldsova středování.

Dále platí Reynoldsovy pravidla [7]:

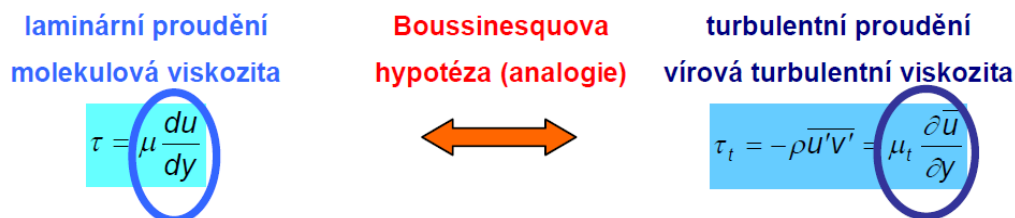
$$\begin{aligned} \overline{\bar{\zeta}} &= \bar{\zeta}, \overline{\bar{\zeta} + \zeta'} = \bar{\zeta} + \overline{\zeta'} = \bar{\zeta}, \overline{\zeta \zeta'} = 0, \overline{\bar{\zeta} + \psi} = \bar{\zeta} + \bar{\psi} \\ \overline{\zeta \psi} &= \bar{\zeta} \cdot \bar{\psi} + \overline{\zeta' \psi'}, \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} \end{aligned} \quad (21)$$

kde  $\overline{\zeta' \psi'}$  je korelační moment flukтуаčních složek.

Poté tyto pravidla aplikujeme na rovnici kontinuity, kdy za rychlost dosadíme součet střední hodnoty a fluktuace a na Navierovy – Stokesovy rovnice, ve kterých uvažujeme hustotu a viskozitu konstantní, ale za všechny ostatní hodnoty dosadíme opět součet středních hodnot a fluktuace. Výsledkem je středovaná rovnice kontinuity a středované Navierovy – Stokesovy rovnice, které se souhrnně nazývají Reynoldsovy rovnice. Tyto rovnice řeší středované turbulentní proudění, které není náhodnou funkcí času.

### 3.2.5 Boussinesquova hypotéza o vírové viskozitě

Tato hypotéza je základem celé skupiny turbulentních modelů a předpokládá, že tenzor smykových napětí lze zaměnit Newtonovým vztahem. Tedy, že všech devět turbulentních napětí je možné nahradit pouze jednou veličinou nazvanou vírová (turbulentní) viskozita  $\mu_t$ . Tato záměnu rovnic je uvedena na obrázku 14.



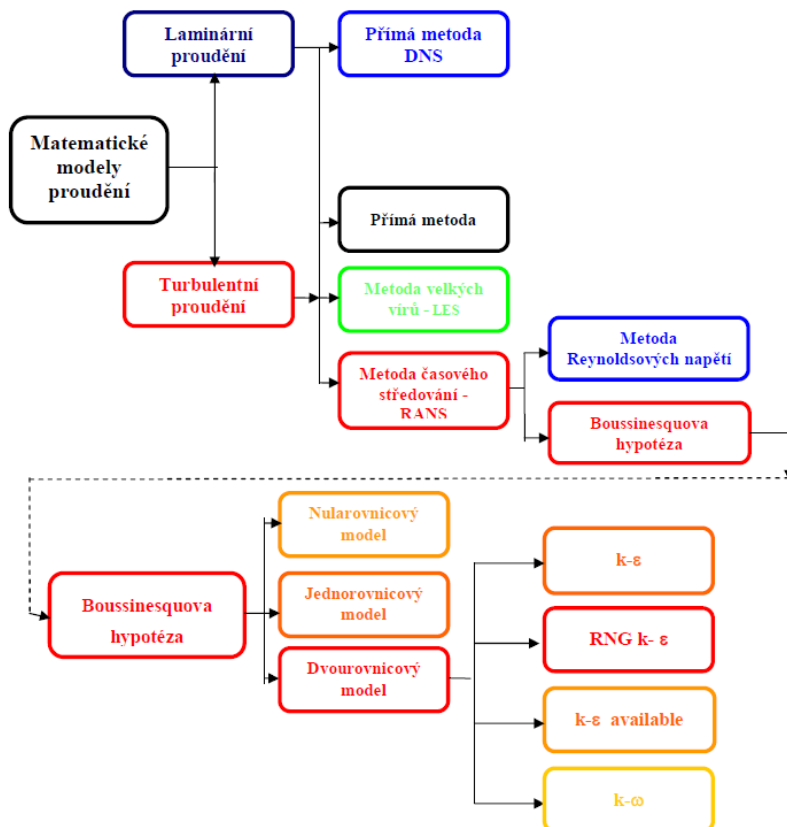
Obrázek 14: Boussinesquova hypotéza [1]

Turbulentní viskozita popisuje lokální stav turbulence, je vlastností proudění nikoliv kapaliny a je vyjádřena pomocí rychlostního měřítka  $u$  a délkového měřítka  $l$  [1].

$$\mu_t \sim l \cdot u \quad (22)$$

### 3.2.6 Statistické modely turbulence

Rovnice pro výpočet turbulentních modelů obsahují Reynoldsovo napětí, což způsobuje, že systém pohybových rovnic není uzavřen. Proto musí modely turbulence obsahovat soubor přídatných (dodatkových) rovnic a empirických vztahů, které umožňují společně s pohybovými rovnicemi systém rovnic uzavřít a vyřešit. Modely turbulence jsou rozděleny do několika skupin podle počtu diferenciálních rovnic, jak je vidět na obrázku 15.



Obrázek 15: Schéma metod řešení proudění [1]

### 3.2.7 Dvourovnicové modely turbulence

Jde o modely založené na Boussinesquově hypotéze, které řeší vírovou respektive turbulentní viskozitu pomocí dodatkových rovnic.

#### Model k - $\varepsilon$ standard

Je statistický model turbulence, který řeší turbulentní viskozitu  $\mu_t$  pomocí dvou transportních rovnic pro turbulentní kinetickou energii  $k$  a pro rychlost disipace  $\varepsilon$ . Tento model využívá Boussinesquovy hypotézy o vírové viskozitě, kde vztahuje  $\mu_t$  ke  $k$ ,  $\varepsilon$  a  $C_\mu$  [1].

$$\mu_t = C_\mu \cdot \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (23)$$

kde  $C_\mu$  je empirická konstanta ( $C_\mu = 0,09$ ) [13].

Tuto metodu výpočtu lze použít při modelování proudění při vysokém Reynoldsově čísle. Model však není vhodný pro řešení proudění v blízkosti odtahových hran.

#### Model RNG k - $\varepsilon$

Model RNG k -  $\varepsilon$  je déle trvající avšak přesnější a spolehlivější výpočetní metoda, která je odvozen od klasického modelu k -  $\varepsilon$ . Model využívá postupu nazvaného metoda renormalizačních grup (RNG). Tato metoda spočívá v postupné eliminaci malých vírů, přičemž se zároveň přetransformují pohybové rovnice (Navierovy – Stokesovy rovnice) tak, že se modifikuje turbulentní viskozita, síla a nelineární členy [6].

Model se používá při řešení proudění v oblastech, ve kterých se vyskytují místa se zavířením a proudění zde může být až laminární.

Model k -  $\varepsilon$  je přesný pro modelování volného proudu při vysokých rychlostech proudění. Tato metoda není příliš přesná pro výpočet proudění v blízkosti stěny.

#### Model k - $\varepsilon$ realizable

Jedná se o model odvozený od standardního modelu k -  $\varepsilon$ , ale obsahuje dokonalejší rovnice pro výpočet rychlosti disipace  $\varepsilon$ . Empirická konstanta  $C_\mu$  není konstantní jako u matematického modelu k -  $\varepsilon$  standard, ale zadává se rovnicí. Výpočet turbulentní viskozity u tohoto typu model je dán vztahem [13]:

$$\mu_t = \rho \cdot C_\mu \cdot \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (24)$$

kde  $\rho$  je hustota kapaliny.

### Model k - $\omega$

Model k -  $\omega$  je také statistický dvojrovnice model, který řeší dvě dodatkové diferenciální rovnice. Obdobně jako u předchozího modelu se i zde řeší rychlostní měřítko turbulence prostřednictvím turbulentní kinetické energie  $k$ . Naopak délkové měřítko turbulence je řešeno prostřednictvím veličiny nazvané vířivost  $\omega$  [ $s^{-1}$ ]. Vířivost je definovaná jako míra rotace kapaliny v daném bodě proudového pole. Je dána vztahem [6]:

$$\omega = \frac{k}{\varepsilon} \quad (25)$$

Tento model se používá pro výpočet proudění při nízkých Reynoldsových číslech a při přechodovém režimu proudění. Tyto režimy proudění se nacházejí hlavně v blízkosti stěn, lze tedy říci, že tento model je vhodný pro výpočet proudění v blízkosti stěn. Přesnost tohoto modelu klesá, se zvyšující se vzdáleností od pevné stěny a přibližováním se do volného proudu. Turbulentní viskozita u tohoto modelu je dána vztahem [7]:

$$\mu_t = a^* \cdot \frac{k}{\omega}, \quad (26)$$

kde  $a^*$  je empirická konstanta.

### Model SST k - $\omega$

Jedná se opět o modifikaci základního modelu, kdy jsou diferenciální rovnice modifikovány pro vířivost.

Tento model má široké uplatnění hlavně při výpočtu proudění u lopatkových strojů, jako jsou turbíny nebo odstředivé hydrogenerátoru.

## 4 Vytvoření 3D modelu a výpočetní síť

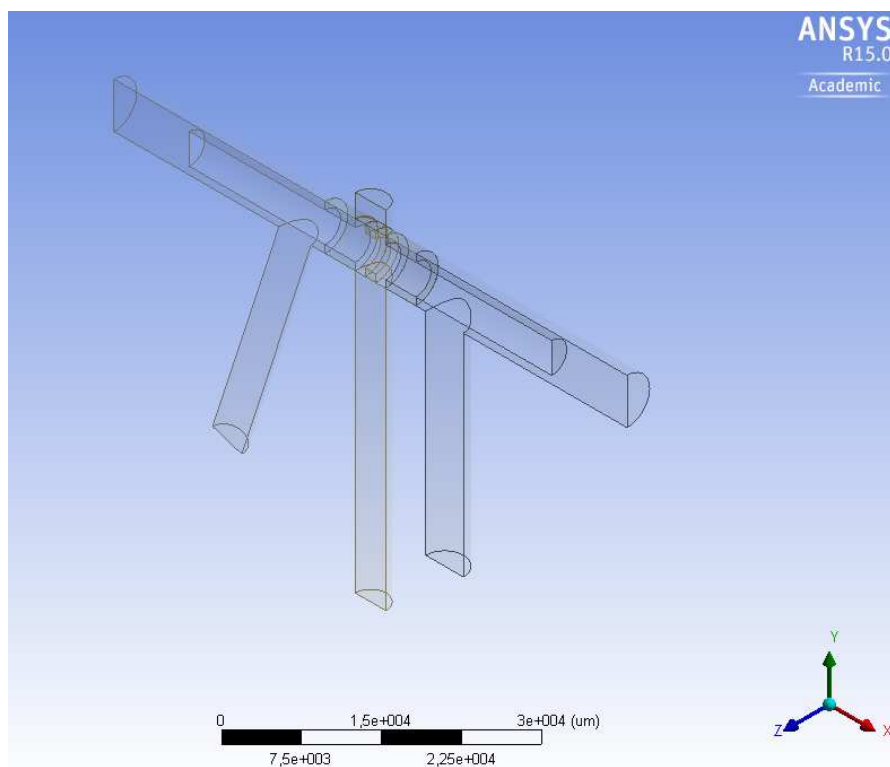
Při vypracovávání diplomové práce jsem použil program ANSYS 15.0, konkrétně podprogram „Fluent“.

### 4.1 Tvorba geometrie – „Design Modeler“

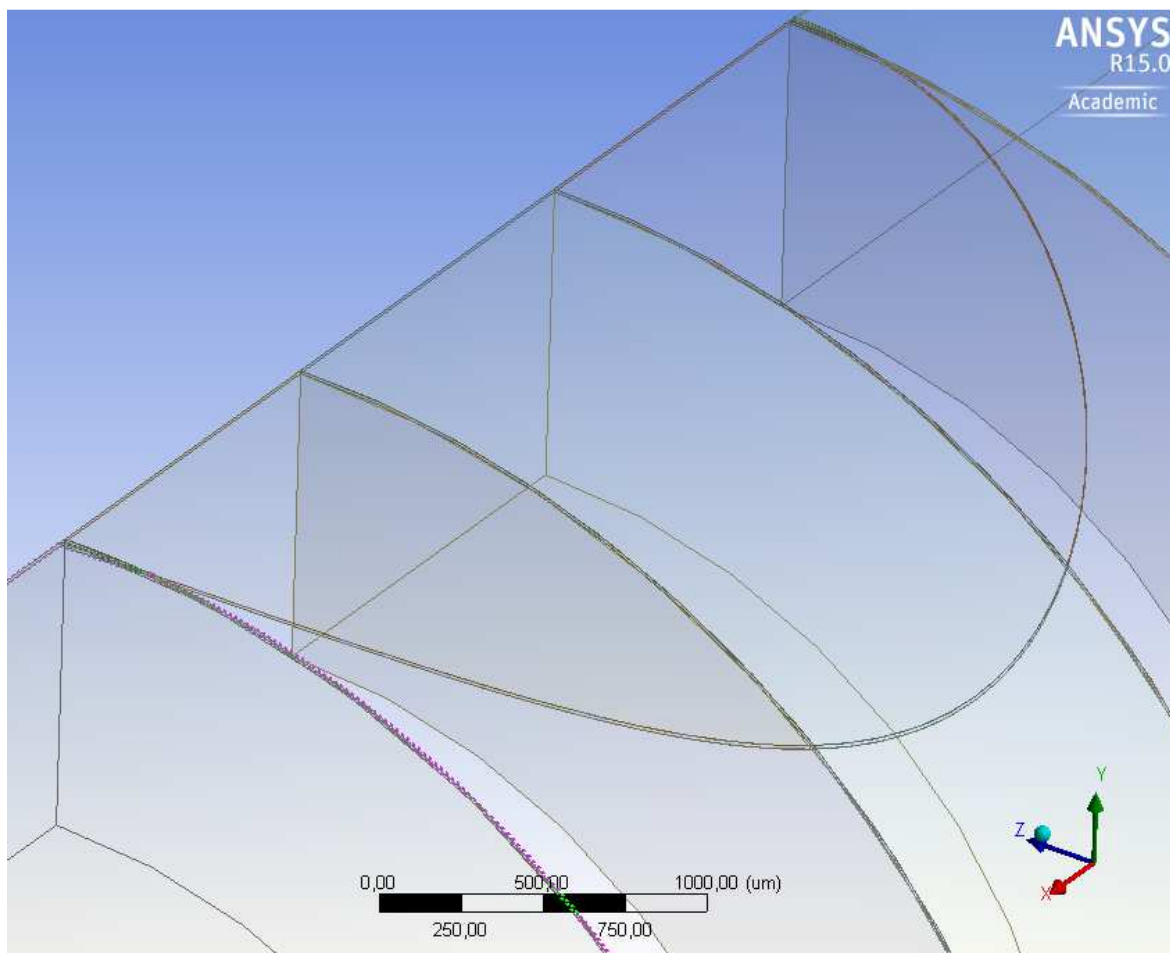
Abych mohl provést samotnou analýzu, musím si nejprve vytvořit geometrii šoupátka. Ta se vytváří v prostředí „Design Modeler“. Tento program je určený k tvorbě a úpravě geometrie. Kromě samotné tvorby modelu lze také do programu načíst již hotový model z jiného CAD programu. Princip práce v tomto programu je takový, že na vytvořenou rovinu nakreslíme geometrii, kterou vytáhneme nebo orotujeme.

Model jsem vytvořil tak, že jsem si šoupátko rozdělil na několik menších objemů. Toto konstrukční řešení mi později usnadní vytvoření sítě. Nejmenší objem má tloušťku 0,01 milimetru, jedná se o úzkou štěrbinu, mezi tělesem a šoupátkem ventilu. Dále jsem model rozdělil na dvě poloviny osou symetrie, z důvodu menšího počtu buněk azkrácení doby výpočtu.

Na obrázku 16 vidíme již vytvořenou geometrii v „Design Modeler“. Na závěr jsem pojmenoval jednotlivé části modelu, sloučil je do jednoho „partu“ (skupiny) pro automatické navázání sítě mezi jednotlivými objemy. Dále jsem nastavil v jednotlivých objemech, že se jedná o oblast proudění – „fluid“.



Obrázek 16: Vytvořená geometrie v programu „Design Modeler“

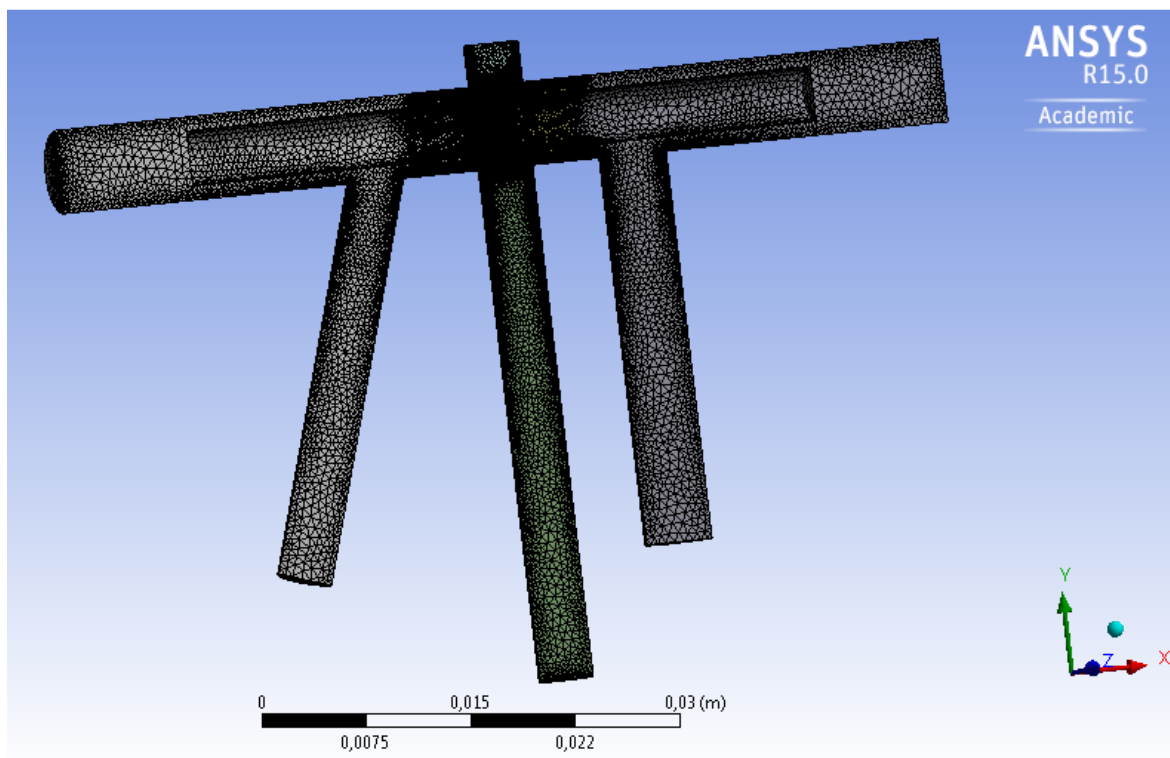


**Obrázek 17: Detailní pohled na vytvořenou geometrii**

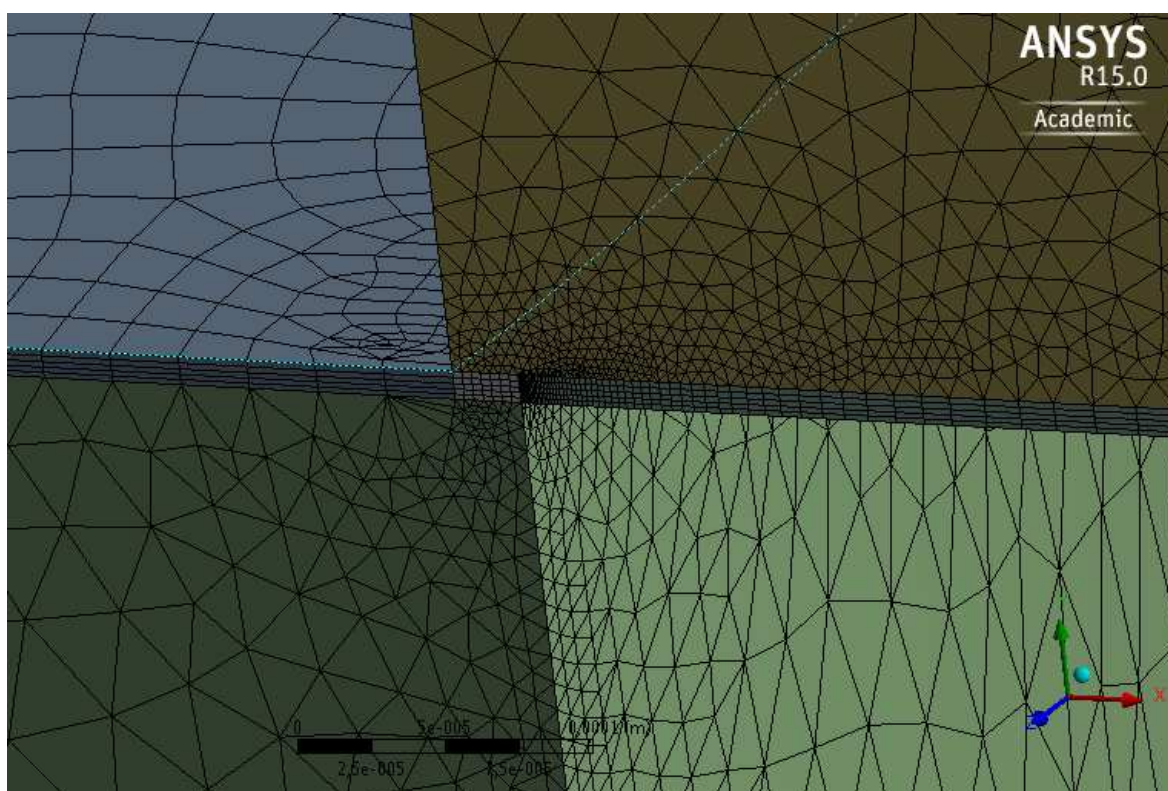
## **4.2 Tvorba sítě – „Ansys Meshing“**

Dalším postupem je vytvořit v modelu výpočetní síť. Ta je vytvořena v programu „Ansys Meshing“. Při vytváření sítě jsem použil nástroj „edge sizing“, kdy se nastavuje velikost buňky nebo počet elementů na vybranou hranu, dále můžeme nastavit zhuštění sítě v určitém směru. Výpočetní síť jsem vytvářel od oblastí úzkých mezer, kde požadujeme síť nejhustší, protože zde bude docházet k výrazným změnám proudění. Vypočtená síť se skládá z 6,5 milionů buněk. Již vytvořená síť je zobrazena na obrázku 18 a 19.





Obrázek 18: Síť vytvořená v programu „Ansys Meshing“



Obrázek 19: Detail sítě v prostoru škrťících hran

## 4.3 Výběr vhodného matematického modelu

### 4.3.1 Nastavení okrajových podmínek a volba materiálu

V programu „Ansys Meshing“ jsem pomocí příkazu „Named Selection“ nejprve pojmenoval okrajové podmínky, viz obr. 20 a poté v programu „Fluent“ nastavil požadované parametry.

#### Inlet - vstup

Na vstupu do oblasti jsme zvolili rychlostní podmínku (velocity inlet). Velikost rychlosti na vstupu jsme zvolili dle zkušeností z experimentálního měření, viz tab. 1.

#### Outlet - výstup

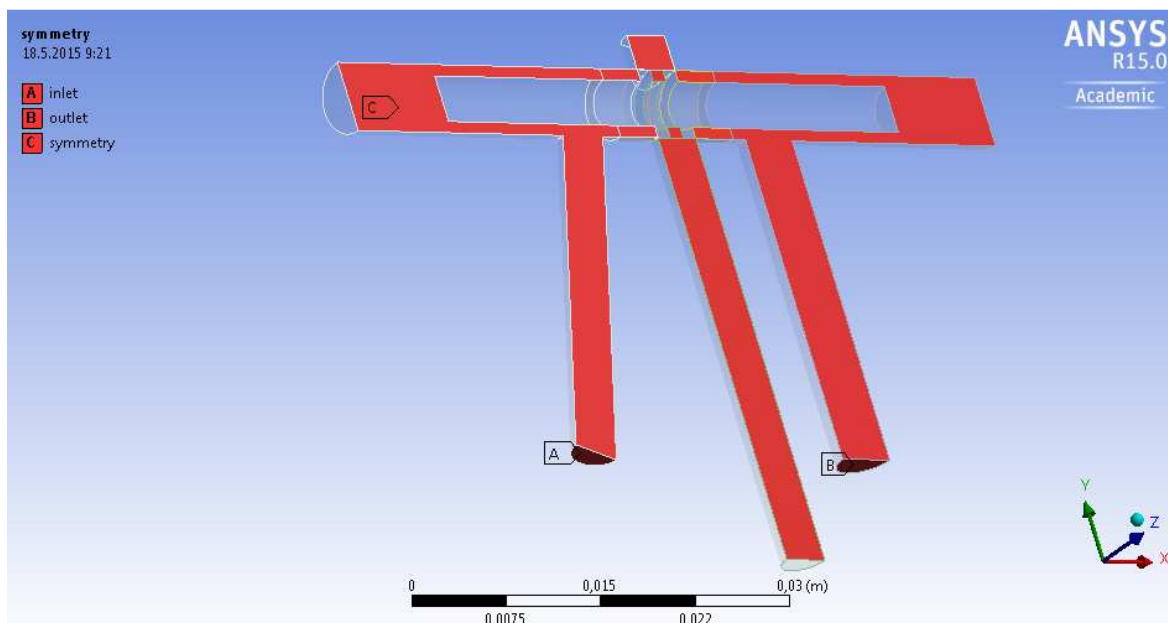
Pro výstup z oblasti jsme zvolili tlakovou podmínku (pressure outlet), kdy nastavujeme velikost statického.

Vstup	Rychlostní podmínka	Rychlost $v = 0,259$ [m/s]
		Intenzita turbulence $I = 5$ [%]
		Hydraulický průměr $d_h = 4,05$ [mm]
Výstup	Tlaková podmínka	Statický tlak $p_{stat} = 0$ [Pa]
		Intenzita turbulence $I = 5$ [%]
		Hydraulický průměr $d_h = 5$ [mm]

**Tabulka 1: Nastavení okrajových podmínek**

#### Symmetry - rovina symetrie

Při použití této okrajové podmínky vybíráme rovinu, podle které je model symetrický a výpočetní model předpokládá nulové normálové gradienty všech hledaných veličin a nulovou normálovou rychlost [1]. Tato okrajová podmínky nám umožňuje snížit počet buněk v síti na polovinu, což výrazně zkrátí dobu trvání výpočtu.



**Obrázek 20: Nastavení okrajových podmínek**

### **Materiál**

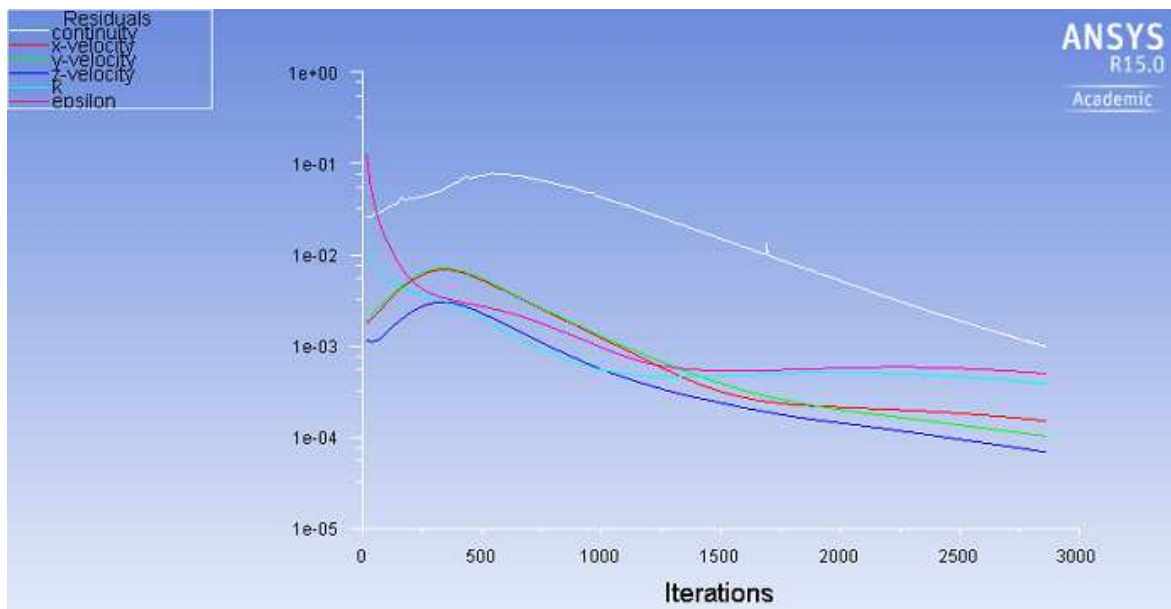
Proudící kapalinou je hydraulický olej, který má hustotu  $\rho = 872 \text{ kg/m}^3$  a dynamickou viskozitu  $\eta = 0,04592 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ . Uvažujeme nestlačitelné proudění.

### **4.3.2 Vyhodnocení modelů**

Pro výběr nejvhodnějšího modelu jsme provedli simulace při třech různých rychlostech ( $v = 0,129 \text{ m/s}$ ,  $v = 0,19 \text{ m/s}$  a  $v = 0,259 \text{ m/s}$ ) pro modely „laminar“, „k -  $\epsilon$  standard“, „k -  $\epsilon$  RNG“, „k -  $\epsilon$  realizable“, „k -  $\omega$  standard“ a „k -  $\omega$  SST“. Při vyhodnocování modelů nás zajímal tlak na vstupu  $p_1$ , tlak v servu  $p_2$ , tlak na výstupu  $p_3$ , a také tlakový spád mezi vstupem a výstupem, který jsme si dopočetli, kdy  $\Delta p = p_1 - p_3$ . Výsledky ze simulací jsou shrnuty v tabulce 3. Jelikož graficky vyšly simulace téměř shodně, vybral jsem si pro zobrazení pouze grafické vyhodnocení modelu „k -  $\epsilon$  realizable“ při vstupní rychlosti  $v = 0,259 \text{ [m/s]}$ , viz obr. 21, 22, 23, 24 a 25.

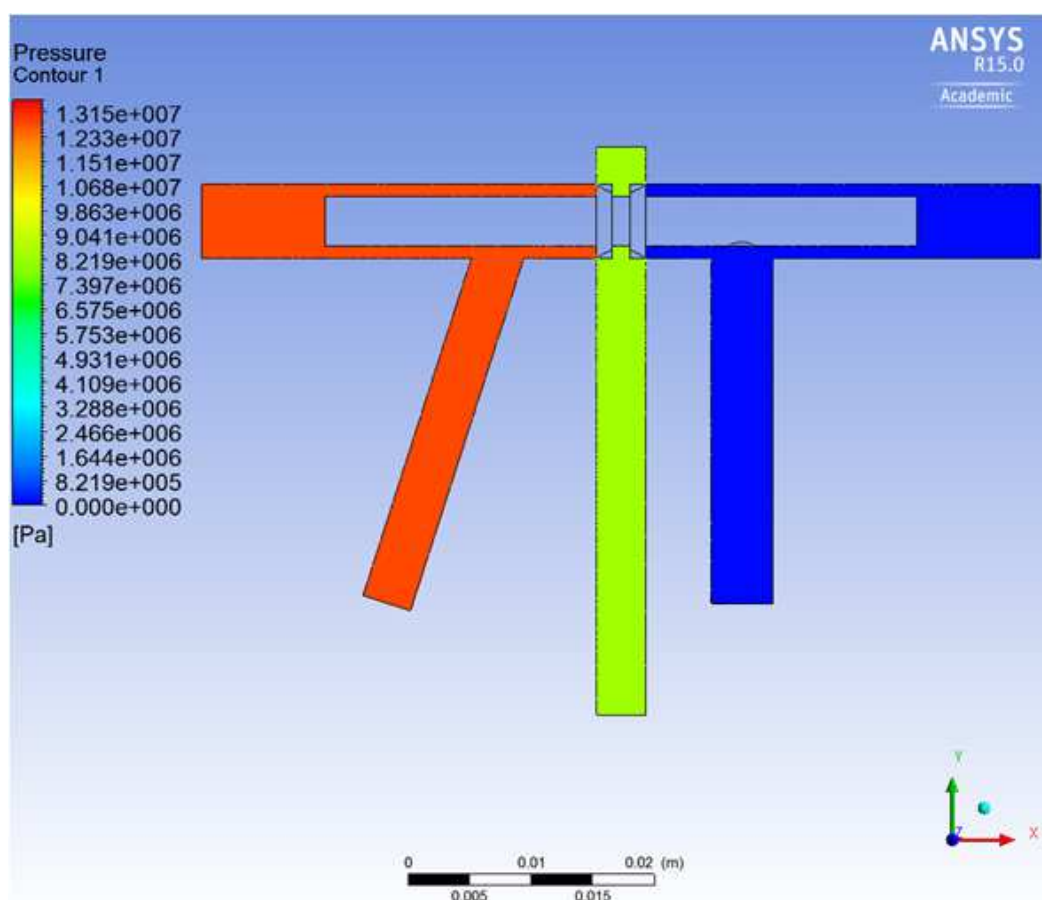
### **Grafické vyhodnocení modelu „k - $\epsilon$ realizable“**

Na obrázku 21 je zobrazeno grafické vyhodnocení reziduálů. Reziduály jsou mírou konvergence a představují maximum rozdílu dvou odpovídajících si veličin ve stejném bodě sítě ve dvou po sobě následujících iteracích. Obvykle se vyhodnocují v závislosti na počtu iterací [1]. Z obrázku 21 lze vyčíst, že úloha dobře konverguje, jelikož se reziduály neustále pozvolna snižují.



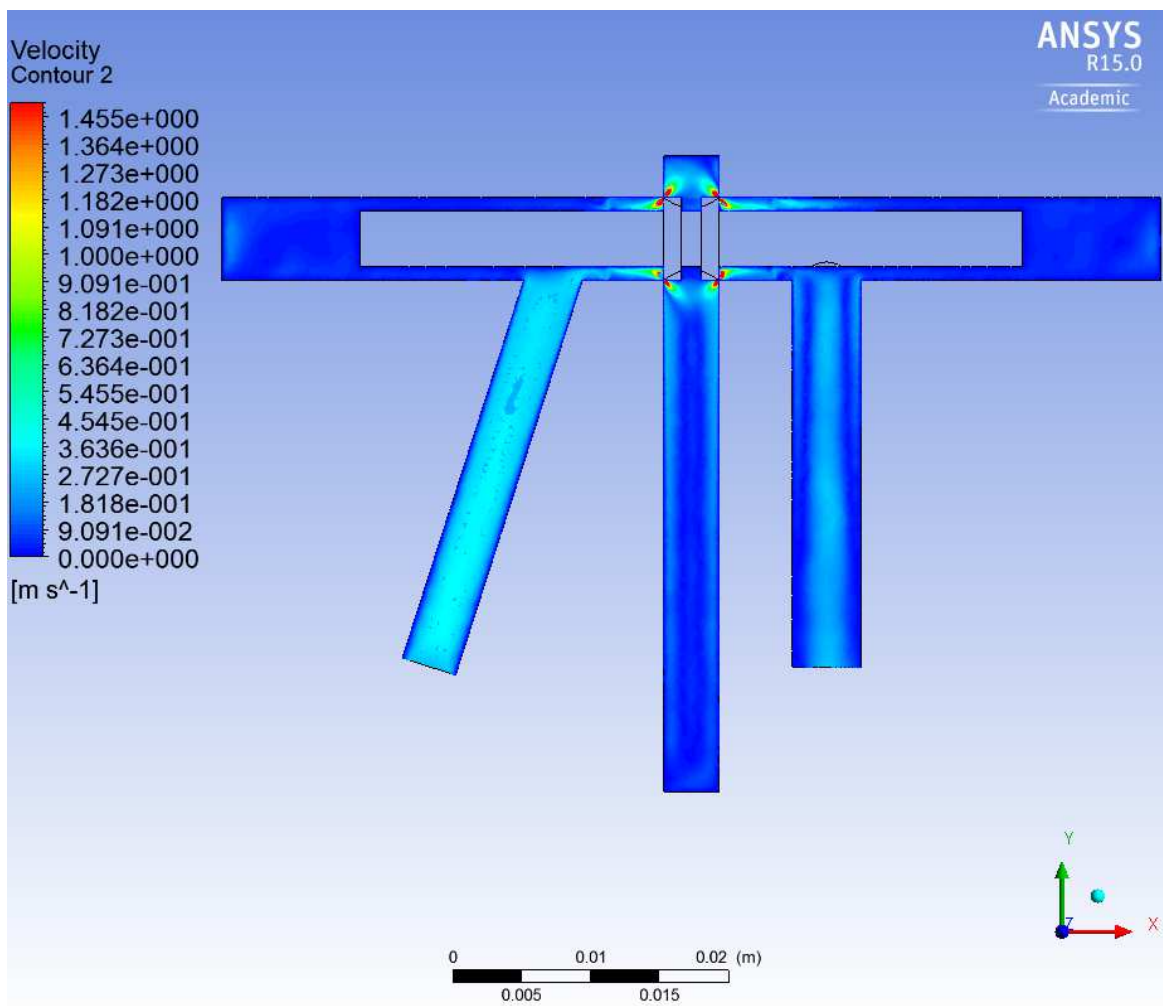
Obrázek 21: Průběh výpočtu modelu „k - ε realizable“

Obrázek 22 ukazuje rozložení tlaků ve ventilu. Vidíme, že na vstupu, respektive před první škrťací hranou, dosahuje tlak nejvyšších hodnot,  $p_1 = 131,5$  [bar]. V servo komoře, za první škrťací hranou je tlak  $p_2 = 85,45$  [bar]. Na výstupu z ventilu je nulový, přesně podle nastavené okrajové podmínky pro výstup.



Obrázek 22: Rozložení tlaku pro model „k - ε realizable“

Při vyhodnocování rychlosti proudění oleje, které vidíme na obrázku 23, jsem pro jasnější zobrazení, musel omezit rozsah vykreslovaných rychlostí ( $v = 0 - 1,5$  [m/s]). Maximální rychlost je na první škrťací hraně a má hodnotu  $v_{max} = 132,3$  [m/s].

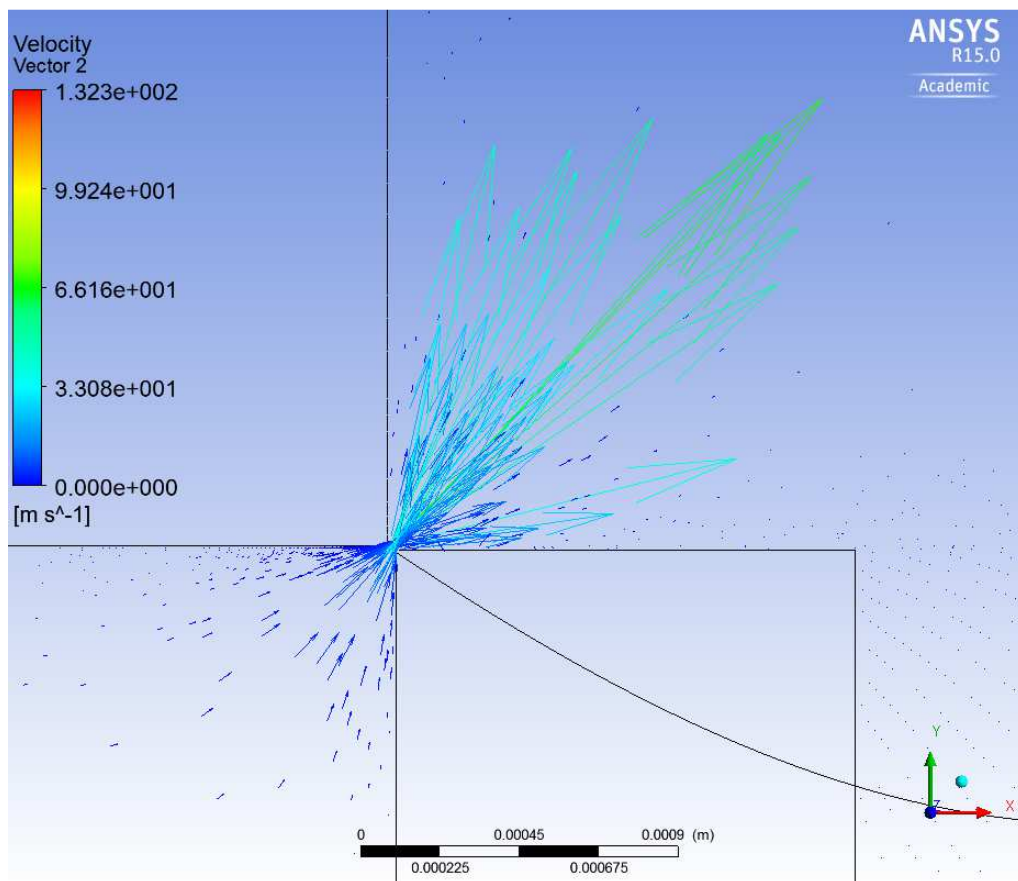


**Obrázek 23: Rychlost proudění oleje při výpočtu modelem „k - ε realizable“**

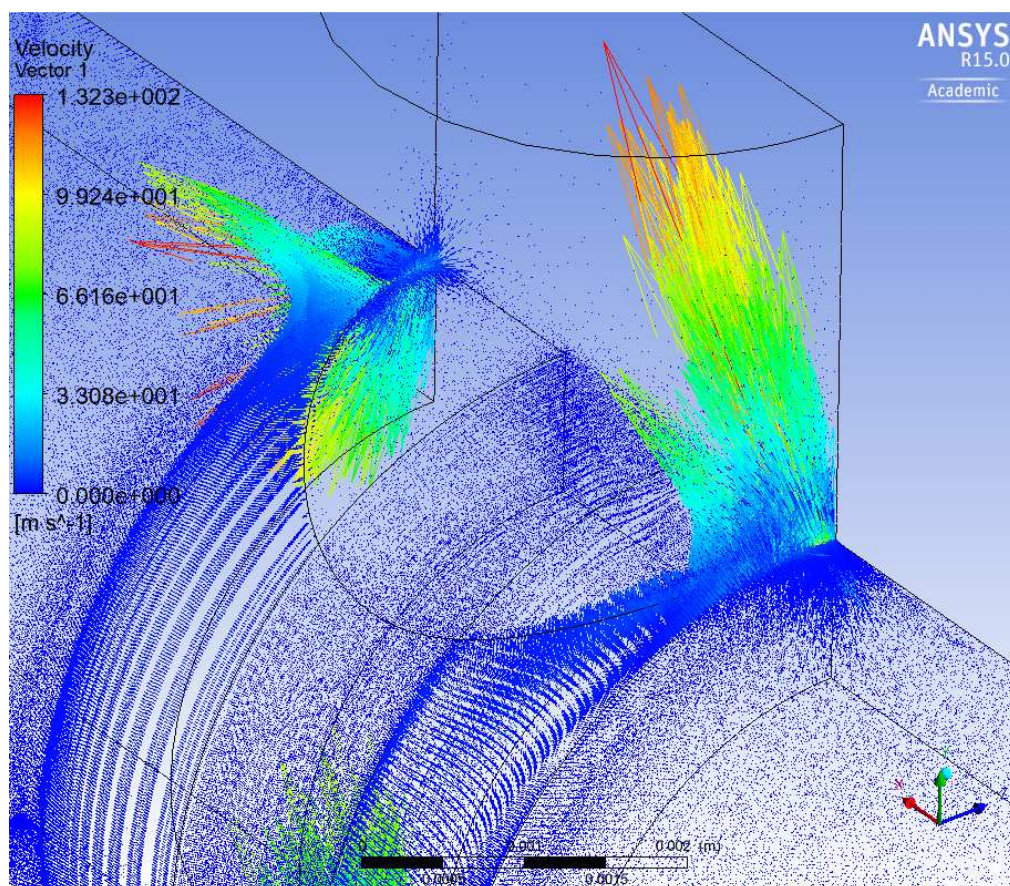
Na obrázku 24 jsou na rovinně symetrie zobrazeny vektory rychlostí. Zřetelně zde vidíme vektor maximální rychlosti proudění.

Na obrázku 25 jsou zobrazeny vektory rychlosti kapaliny proudící přes škrťací hrany. Jasně zde vidíme, jak se kapalina ze vstupu tlačí přes škrťací hranu do komory serva a zvyšuje svoji rychlost. Poté kapalina projde z komory serva do výstupu a na škrťací hraně opět zvýší svoji rychlost.





Obrázek 24: Vektory rychlosti v místě škrťících hran pro model „k - ε realizable“

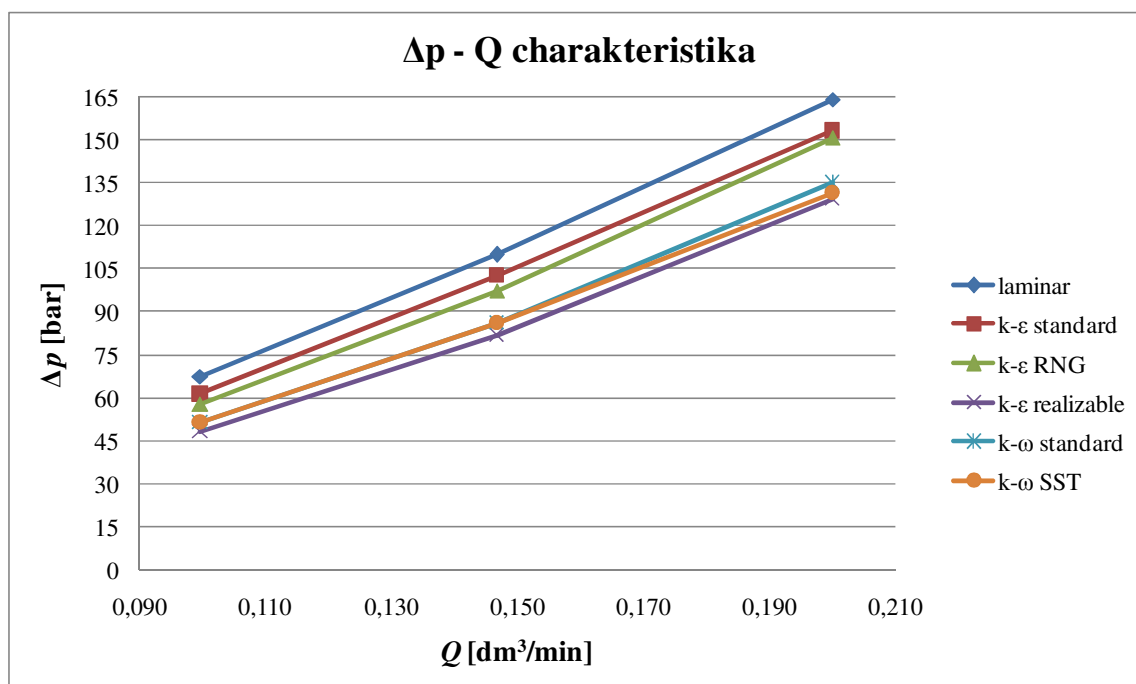


Obrázek 25: Vektory rychlosti u modelu „k - ε realizable“

model	$p_1$ [bar]	$p_2$ [bar]	$p_3$ [bar]	$\Delta p$ [bar]	$v$ [m/s]	$Q$ [dm <sup>3</sup> /min]
laminar	67,51	33,08	0	67,51	0,129	0,100
	109,9	53,87	0	109,9	0,19	0,147
	163,9	78,08	0	163,9	0,259	0,200
k - $\varepsilon$ standard	61,33	34,75	0	0	0,129	0,100
	102,85	57,79	0	102,85	0,19	0,147
	153,02	84,79	0	153,02	0,259	0,200
k - $\varepsilon$ RNG	57,7	33,01	0	0	0,129	0,100
	97,46	55,91	0	97,46	0,19	0,147
	150,5	85,5	0	150,5	0,259	0,200
k - $\varepsilon$ realizable	48,32	32,28	0	48,32	0,129	0,100
	82,03	54,57	0	82,03	0,19	0,147
	129,3	85,45	0	129,3	0,259	0,200
k - $\omega$ standard	51,58	30,54	0	0	0,129	0,100
	86,22	50,32	0	0	0,19	0,147
	134,9	77,34	0	134,9	0,259	0,200
k - $\omega$ SST	51,58	30,5	0	51,58	0,129	0,100
	86,13	50,2	0	86,13	0,19	0,147
	131,51	78,08	0	131,51	0,259	0,200

**Tabulka 2: Vyhodnocení modelů**

Hodnoty tlaků vypočtené matematickou simulací jsou vyneseny do tabulky 2 a graficky znázorněny v obrázku 26 pomocí  $\Delta p - Q$  charakteristiky.

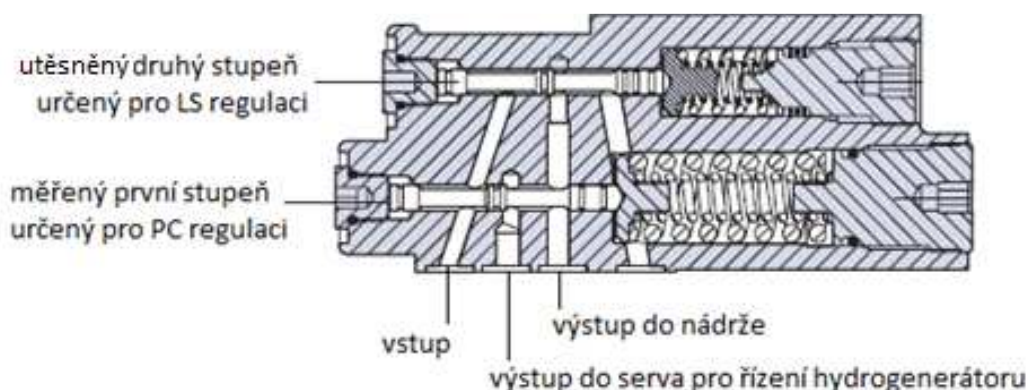


**Obrázek 26:  $\Delta p - Q$  charakteristiky modelů turbulence**

## 5 Porovnání matematického modelu s experimentem

### 5.1 Popis experimentu

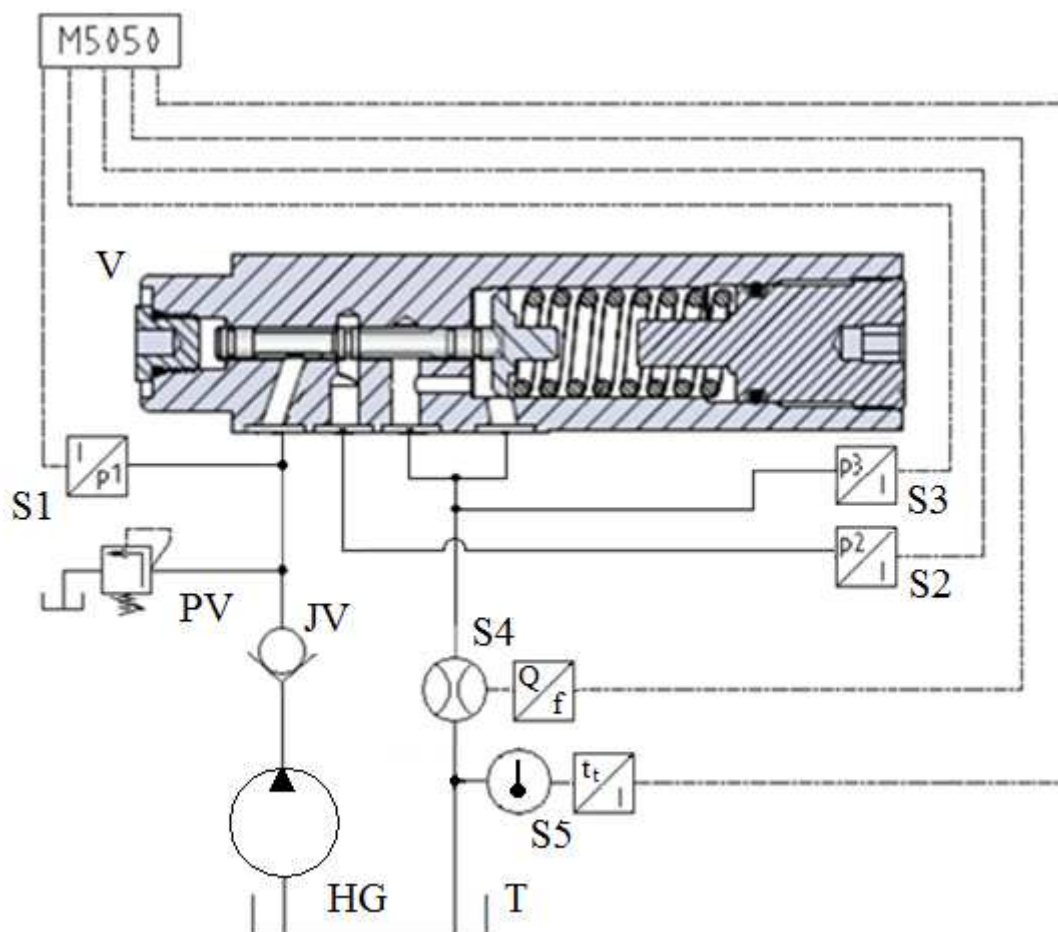
Experiment spočíval v proměření  $\Delta p - Q$  charakteristiky ventilu tlakové regulace pro střední polohu šoupátka. Nejprve jsme ve ventilu museli utěsnit druhý stupeň určený pro LS regulaci. Toho jsme dosáhli vložení hřídelky, která byla broušena na rozměr o 0,01 mm menší, než je otvor pro šoupátko, viz obr. 27. Dále jsme ventil připevnili na rozvodnou kostku a pomocí pevných dorazů jsme zajistili jeho střední polohu. Poté jsme zapojili hydraulický obvod dle schématu na obrázku 28.



**Obrázek 27: Příprava ventilu pro měření [11]**

Hydrogenerátor HG nasává olej z nádrže T a dodává jej přes jednosměrný ventil JV dále do ventilu tlakové regulace. Tam proudí pře škrticí hranu do komory servokanálu a z té přes druhou škrticí hranu do výstupu z ventilu. Na výstupu do nádrže je umístěn průtokoměr S4 a snímač teploty S5. V obvodu máme pojistný ventil PV, na kterém jsme nastavovali požadovaný tlak v obvodu. Dále jsou v obvodu snímače tlaku připojené pomocí minimess přípojek v rozvodné kostce k ventilu tlakové regulace. Snímač S1 snímá tlak na vstupu do ventilu, snímač S2 snímá tlak v servokanále a snímač S3 snímá tlak na výstupu z ventilu. Měřené veličiny jsou odečítány z měřicího zařízení M5050, ke kterému jsou všechny snímače připojeny.





**Obrázek 28: Schéma měření**

**Seznam použitých prvků:**

HG; Hydrogenerátor PPAR 2-63 10AP, TOS

PV; Pojistný ventil ARAM-20/350, ATOS

JV; Jednosměrný ventil

V; Ventil tlakové regulace

T; Nádrž

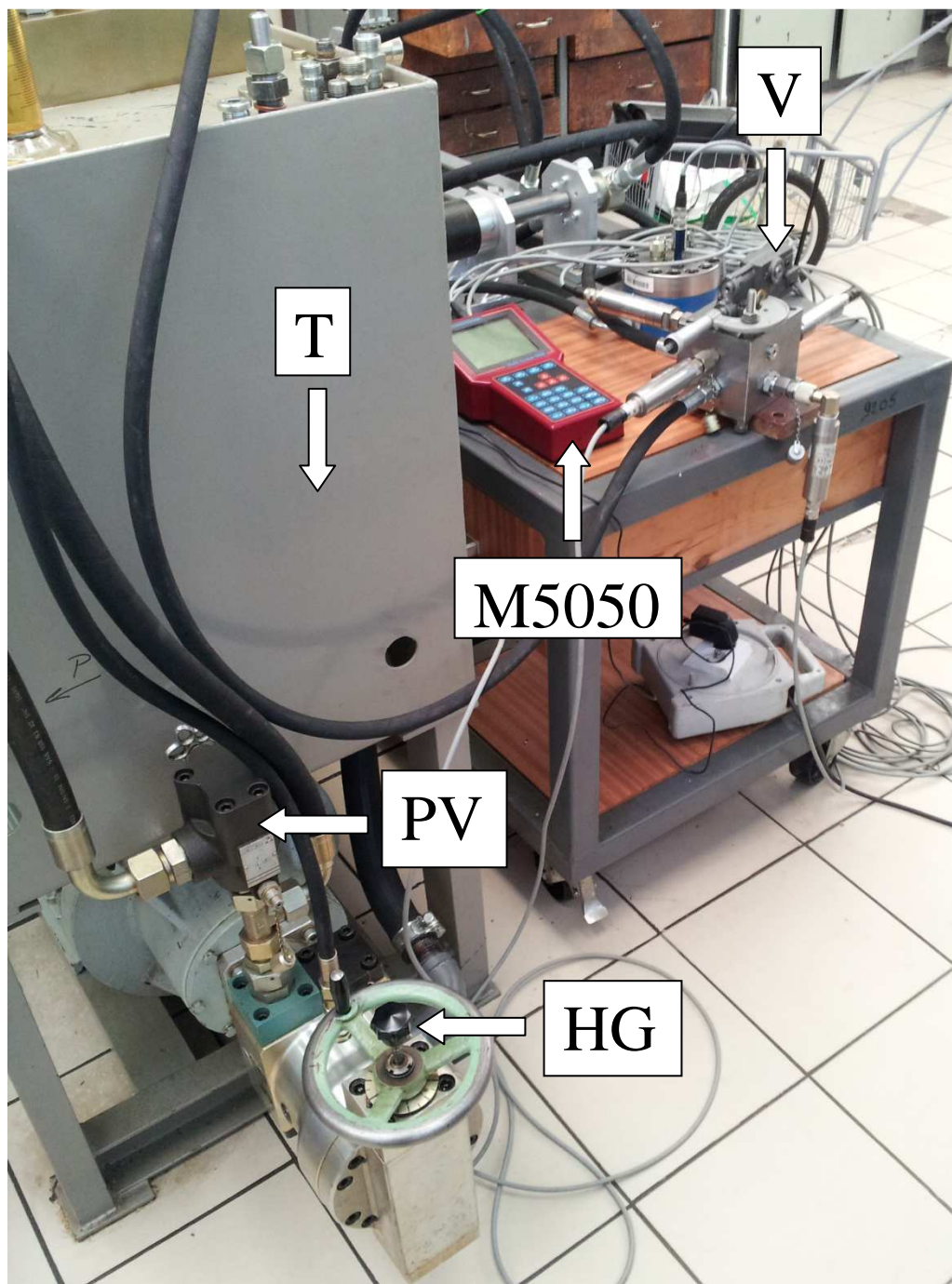
S1,S2; Snímače tlaku PR15 Hydrotechnik, třída přesnosti 0,5%, měřicí rozsah (0 - 400) bar, analogový výstup (4-20) mA

S3; Snímače tlaku PR15 Hydrotechnik, třída přesnosti 0,5%, měřicí rozsah (0 - 6) bar, analogový výstup (4-20) mA

S4; Zubový průtokoměr Hydrotechnik, měřicí rozsah (0,05 - 5) dm<sup>3</sup>/min, třída přesnosti 0,5%, frekvenční výstup

S5; Snímač teploty Pt 100 Hydrotechnik, měřicí rozsah (-50 - +200)°C, třída přesnosti ± 1%, analogový výstup (4 - 20) mA

M5050; Universální měřicí přístroj Hydrotechnik

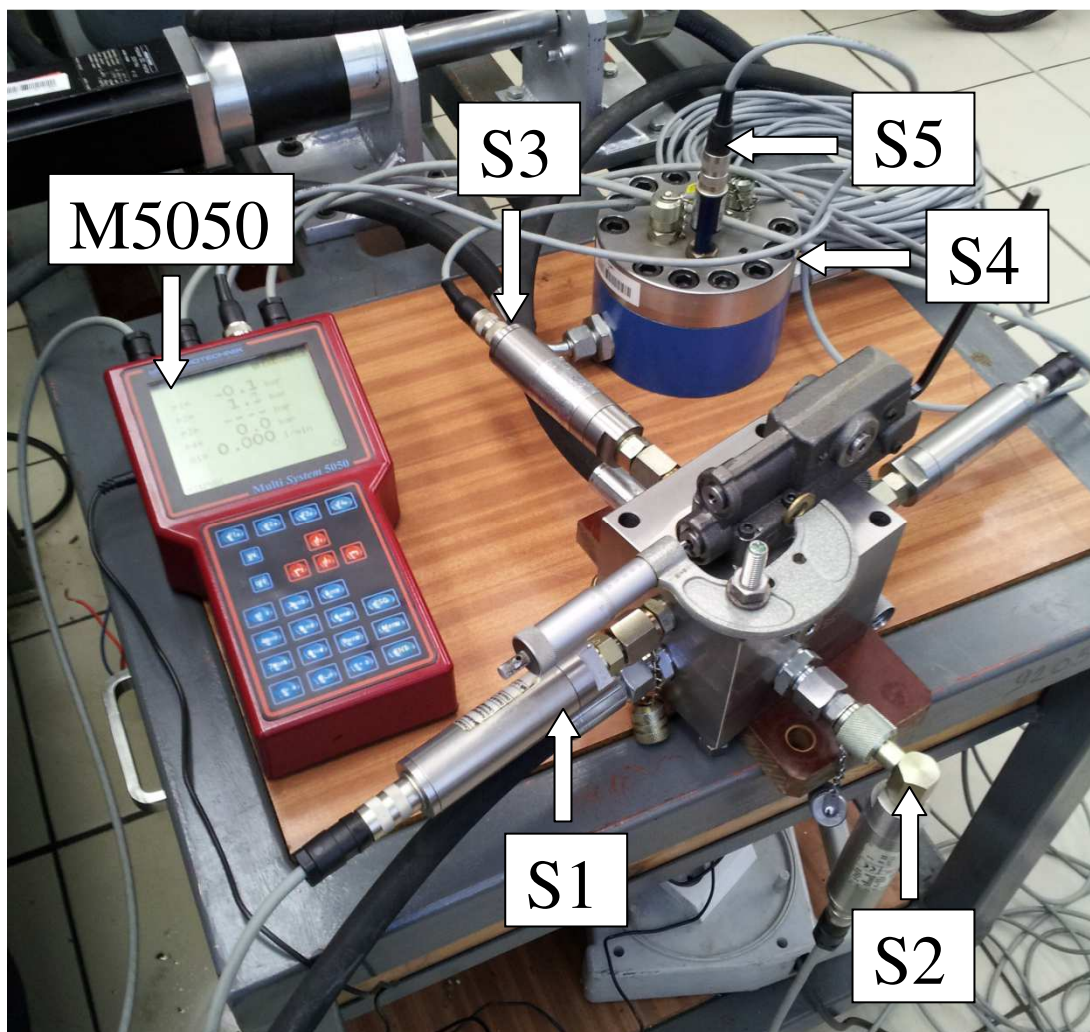


**Obrázek 29: Měřený obvod**

Na obrázku 29 vidíme fotografii měřeného obvodu s popisem prvků. V levém dolním rohu je hydrogenerátor HG s pojistným ventilem PV, nad nimi je nádrž T. Na pracovním stole se nachází měřicí přístroj M5050, vedle něj je měřený ventil tlakové regulace V připevněný k rozvodné kostce. Za nimi se nachází zubový průtokoměr S4.

Na obrázku 30 je vidět připojení snímačů k rozvodné kostce a k přístroji M5050. Snímač S1 snímá tlak na vstupu do ventilu  $p_1$ , snímač S2 snímá tlak v servo komoře  $p_2$ , snímač S3 snímá tlak za ventilem  $p_3$  a snímač S5 snímá teplotu  $t_i$ .





Obrázek 30: Připojení snímačů k rozvodné kostce



Obrázek 31: Rozvodná kostka s ventilem tlakové regulace

Obrázek 31 nám ukazuje způsob upevnění ventilu tlakové regulace na rozvodnou kostku.

Zajištění střední polohy pomocí mechanických dorazů je vidět na obrázku 32. Mechanických dorazů bylo docíleno z pravé strany předepnutou pružinou, jejíž předpětí jsme nastavovali v závislosti na požadovaném tlakovém spádu a z levé strany pomocí mikrometru, který posouval drátek skrze vrtanou ucpávku. Tuhý drátek byl ze své druhé strany opřen o šoupátko, takže jakmile jsme vysouvali mikrometr, drátek posouval šoupátkem směrem doprava a naopak.



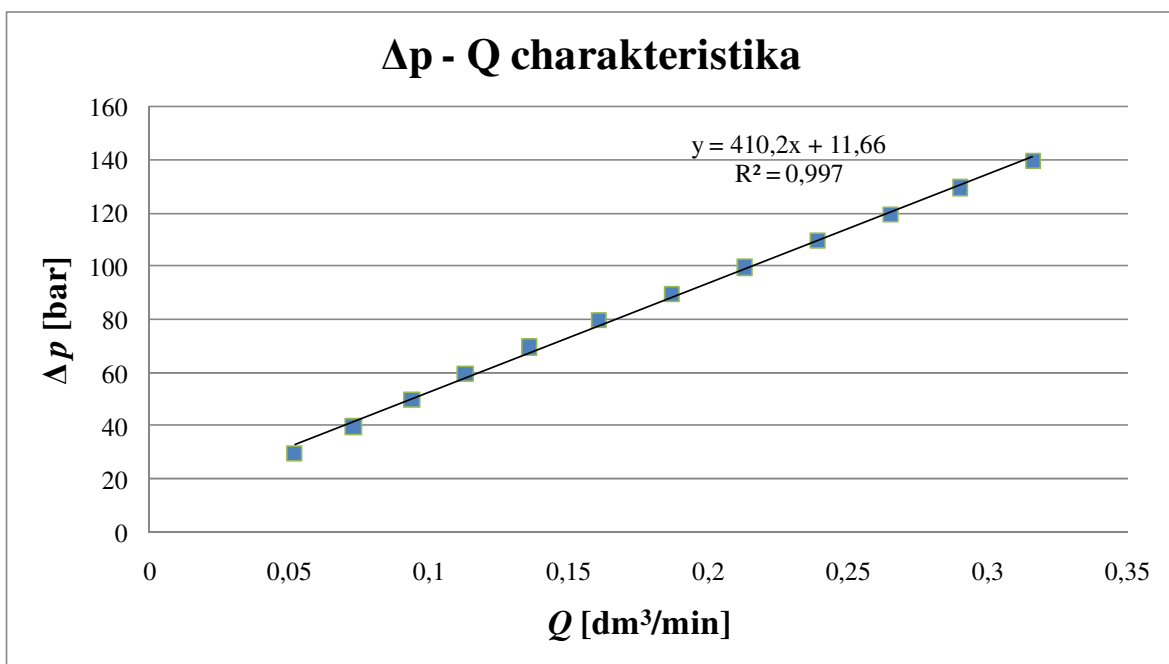
**Obrázek 32: Zajištění mechanického dorazu pomocí mikrometru a drátku**

Při měření  $\Delta p - Q$  charakteristiky jsme pomocí pojistného ventilu na hydrogenerátoru nastavovali tlak na vstupu  $p_1$  a pomocí pružiny jsme šoupátko ve ventilu vraceli do střední polohy tak, aby tlak ve větvi servo  $p_2$  byl vždy poloviční než je tlak na vstupu, tedy  $p_2 = 0,5 \cdot p_1$ . Poté jsme odečítali hodnoty tlaku  $p_3$  ve větvi vedoucí z ventilu do nádrže, průtok  $Q$  a teplotu  $t_f$ . Naměřené hodnoty jsou seřazeny do tabulky 3.

$p_1$ [bar]	$p_2$ [bar]	$p_3$ [bar]	$\Delta p$ [bar]	$Q$ [dm <sup>3</sup> /min]	$t_t$ [°C]
30	15	0,092	29,908	0,052	23,5
40	20	0,118	39,882	0,073	23,5
50	25	0,145	49,855	0,094	23,5
60	30	0,166	59,834	0,113	23,4
70	35	0,187	69,813	0,136	23,4
80	40	0,215	79,785	0,161	23,5
90	45	0,242	89,758	0,187	23,5
100	50	0,26	99,74	0,213	23,7
110	55	0,282	109,718	0,239	23,8
120	60	0,302	119,698	0,265	23,9
130	65	0,318	129,682	0,29	24,1
140	70	0,326	139,674	0,316	24,5

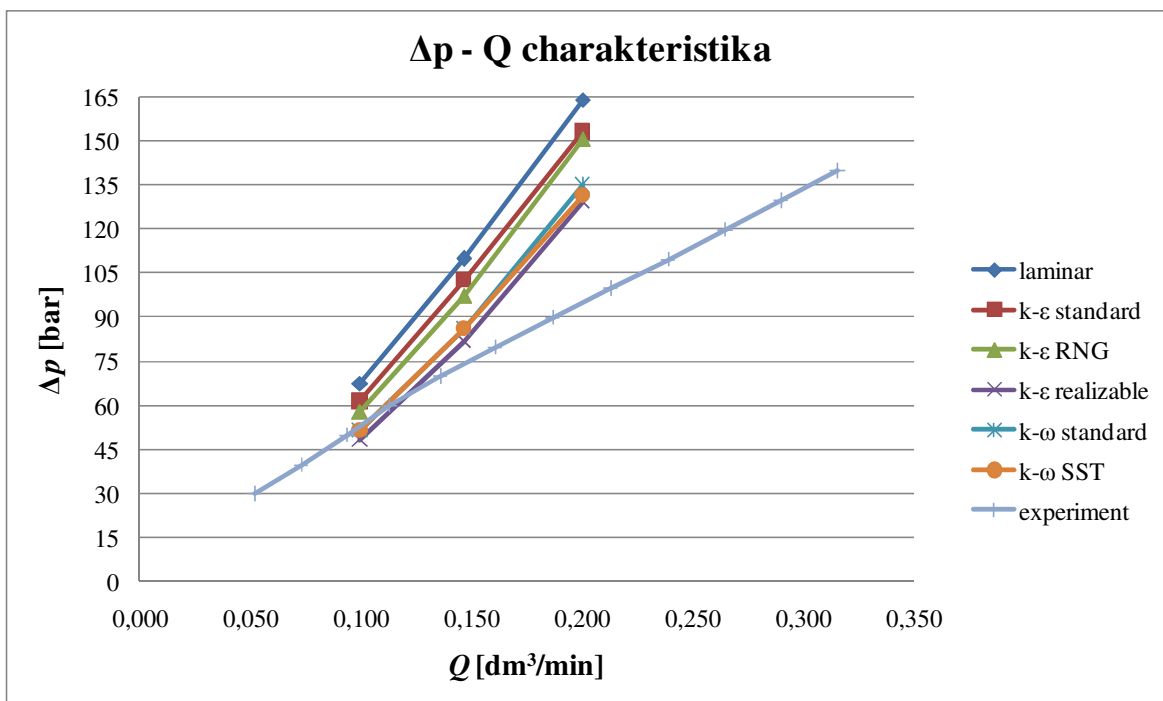
**Tabulka 3: Naměřené hodnoty v experimentu**

Na obrázku 33 jsou naměřené data vyneseny do grafu  $\Delta p - Q$  charakteristiky. Z grafu je patrné, že tlakový spád je na průtoku lineárně závislý.



**Obrázek 33:  $\Delta p - Q$  charakteristika ventilu tlakové regulace**

## 5.2 Porovnání experimentu s matematickou simulací

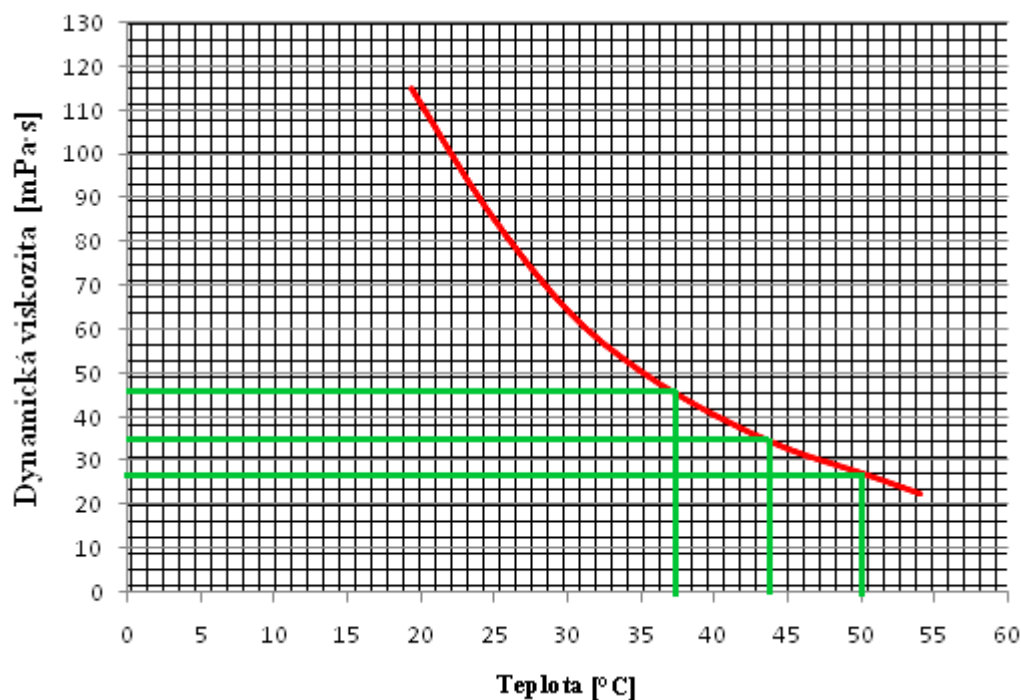


**Obrázek 34: Porovnání experimentu s matematickou simulací**

Na obrázku 34 je vidět porovnání  $\Delta p - Q$  charakteristik experimentu a matematických simulací. Vidíme, že nejvíce se experimentu blíží modely „k -  $\epsilon$  realizable“, „k -  $\omega$  standard“ a „k -  $\omega$  SST“.

## 5.3 Změna $\Delta p - Q$ charakteristiky s teplotou

Jak jsme zjistili při měření, ventil tlakové regulace je silně závislý na teplotě a proto jsme se rozhodli provést simulace při různé teplotě oleje. Toho jsme dosáhli změnou dynamické viskozity oleje, kterou jsem měnil v okrajové podmínce pro materiál. Závislost dynamické viskozity oleje na teplotě vidíme na obrázku 34, který nám rovněž ukazuje teploty vybrané pro simulace a jim dle závislosti přiřazené dynamické viskozity.



**Obrázek 35: Závislost dynamické viskozity na teplotě [14]**

Simulace jsou provedeny pro matematický model „k – ε realizable“ a zajímal nás u nich tlak na vstupu, tlak v servu a tlakový spád mezi vstupem a výstupem. V tabulkách 4, 5 a 6 můžeme vidět vypočtené hodnoty tlaků. Tyto hodnoty jsou na obrázku 36 vynesené v grafické podobě jako  $\Delta p - Q$  charakteristika.

$$t_i = 37,5 \text{ °C} \rightarrow \eta = 0,046 \text{ Pa.s}$$

$p_1$ [bar]	$p_3$ [bar]	$\Delta p$ [bar]	$p_2$ [bar]	$v$ [m/s]	$Q$ [dm <sup>3</sup> /min]
48,32	0	48,32	32,28	0,129	0,100
82,03	0	82,03	54,57	0,19	0,147
129,3	0	129,3	85,45	0,259	0,200

**Tabulka 4: Simulace při teplotě 37,5 °C**

$$t_i = 44 \text{ °C} \rightarrow \eta = 0,036 \text{ Pa.s}$$

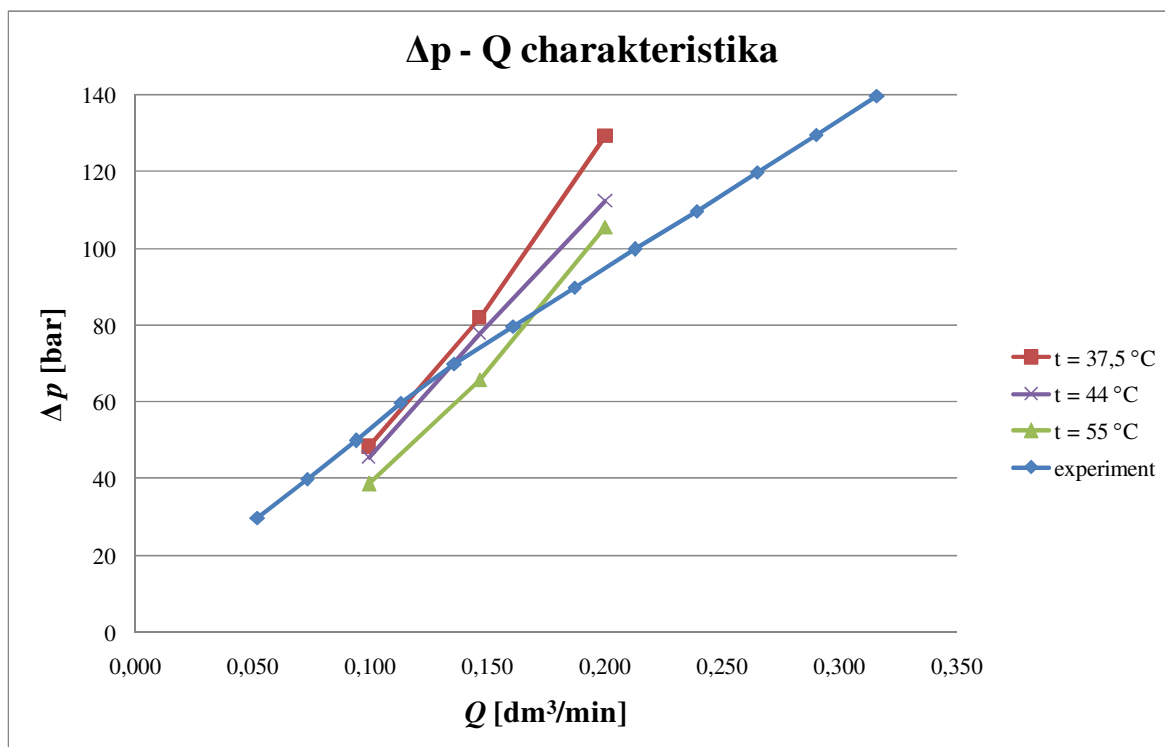
$p_1$ [bar]	$p_3$ [bar]	$\Delta p$ [bar]	$p_2$ [bar]	$v$ [m/s]	$Q$ [dm <sup>3</sup> /min]
45,65	0	45,65	29,21	0,129	0,100
77,72	0	77,72	49,54	0,19	0,147
112,21	0	112,21	77,13	0,259	0,200

**Tabulka 5: Simulace při teplotě 44 °C**

$$t_i = 50 \text{ °C} \rightarrow \eta = 0,027 \text{ Pa.s}$$

$p_1$ [bar]	$p_3$ [bar]	$\Delta p$ [bar]	$p_2$ [bar]	$v$ [m/s]	$Q$ [dm <sup>3</sup> /min]
38,58	0	38,58	23,68	0,129	0,100
65,9	0	65,9	39,98	0,19	0,147
105,6	0	105,6	64,07	0,259	0,200

**Tabulka 6: Simulace při teplotě 50 °C**



**Obrázek 36: Porovnání  $\Delta p - Q$  charakteristik při různých teplotách**

Na obrázku 36 vidíme porovnání  $\Delta p - Q$  charakteristiky experimentu s  $\Delta p - Q$  charakteristikami vytvořenými modelem „k –  $\epsilon$  realizable“ při různých teplotách oleje.



## Závěr

Dle zadaného tématu jsem v úvodních kapitolách zpracoval princip funkce a použití ventilu tlakové regulace, dále síly ovlivňující pohyb šoupátka ve ventilu včetně vzorců pro jejich výpočet. Poté se v práci věnuji teorii proudění kapaliny od základních zákonů zachování, přes rozdělení proudění k vlastnostem turbulentního proudění a matematickým modelům turbulence, konkrétně statistickým modelům turbulence a jejich princip výpočtu.

V praktické části diplomové práce jsem měl za úkol vytvořit matematickou simulaci proudění přes ventil tlakové regulace. Tuto simulaci jsem vytvořil pomocí programu „Ansys Workbench“, konkrétně podprogramu „Fluent“. Poté jsem z vypočtených hodnot vytvořil  $\Delta p - Q$  charakteristiku ventilu. Dále bylo mým úkolem experimentálně změřit  $\Delta p - Q$  charakteristiku ventilu tlakové regulace pro střední polohu šoupátka. V závěru práce jsem porovnal experimentálně změřenou a matematicky vypočtenou  $\Delta p - Q$  charakteristiku. Z tohoto porovnání vyplynulo, že nejvíce se experimentu blíží modely „k -  $\epsilon$  realizable“, „k -  $\omega$  standard“ a „k -  $\omega$  SST“.

Na tuto práci bychom mohli navázat a zajistit lepší shodu experimentu a matematických simulací několika způsoby. U matematické simulace bychom mohli zvýšit počet buněk sítě, hlavně v úzkých šterbinách, dále zahrnout stlačitelnost kapaliny popřípadě užít multifázového proudění.

Při experimentálním měření by bylo dobré zajistit konstantní teplotu oleje, jelikož jak jsme zjistili, tak i malá změna teploty (cca 1°C), má výrazný vliv na průtokovou charakteristiku. Dále bychom mohli zlepšit stabilizaci šoupátka ve střední poloze. V našem experimentu, byla střední poloha šoupátka zajištěna pružinou a mechanickým dorazem a ověřována pomocí snímaných tlaků tak, že v servo komoře byl tlak vždy poloviční oproti tlaku na vstupu do ventilu. Do budoucna by bylo vhodné zajistit přesnou polohu šoupátka mechanickými dorazy z obou stran, tzn. odstranit vliv předeprnuté pružiny.

Tuto práci bychom mohli rozšířit o další vyhodnocení, jako třeba vyhodnocení axiálních sil působících na šoupátko, viz kapitola 2. Také bychom mohli otestovat další modely, jako třeba kavitační model nebo použít modelování proudění v blízkosti stěny.

## Seznam použité literatury

- [1] KOZUBKOVÁ, M. *Modelování proudění FLUENT,CFX*. VŠB-TU Ostrava, 2008, 142 s. ISBN 1-56700-074-6.
- [2] BOJKO, M. *3D proudění-Ansys Fluent učební text*. VŠB-TU Ostrava, 2012, 314 s. ISBN 1-56700-074-6.
- [3] FLUENT. *Fluent 14.0-ANSYS FLUENT*. ANSYS, Inc. 2011.
- [4] MANRING, N. D. *Hydraulic Control Systém*. USA, 2005, 464 s. ISBN 978-0471693116
- [5] BLEJCHAŘ, T. *Matematické modelování nestacionárního proudění, kavitace a akustických projevů v hydraulickém ventilu*. Disertační práce, VŠB-TU Ostrava, 2006, 99s.
- [6] BLEJCHAŘ, T. *Turbulence – Modelování proudění – CFX*. VŠB-TU Ostrava, 2010,128s. ISBN 80-248-01-0038-1.
- [7] MAMICA, M. *Modelování proudění v článku kotle*. Diplomová práce, VŠB – TU Ostrava, 2012, 65 s.
- [8] PAVLOK, B. *Hydraulické prvky a systémy díl 2*. VŠB-TU Ostrava, 2010, 140s. ISBN 978-80-248-1827-6
- [9] VESELÝ, F. *Návrh hydraulických řídicích prvků s využitím simulačních výpočtů*. Disertační práce, VŠB – TU Ostrava, 2010, 115s.
- [10] [http://telehandler-blog.blogspot.cz/2014/03/th580b-telehandler-hydraulic-system\\_1987.html](http://telehandler-blog.blogspot.cz/2014/03/th580b-telehandler-hydraulic-system_1987.html)
- [11] DANFOS, *Pracovní listy*
- [12]<http://www.maryshfmmi.webzdarma.cz/mppak.htm>
- [13] BAKKER, A. *Lecture 10 – Turbulence Models, applied computational fluid dynamics*. PPT, Fluent Inc. 2002,

[14] BUREČEK, A. *Interakce kapaliny a stěny potrubí při nestacionárním proudění*.  
Disertační práce, VŠB-TU Ostrava, 2013, 129s.

## Seznam obrázků

Obrázek 1: Ventil „PC – LS“ regulace [11] .....	14
Obrázek 2: Ventil regulace „PC – only“ [11] .....	15
Obrázek 3: „Load-Sensing“ regulace [10] .....	16
Obrázek 4: Popis ventilu .....	16
Obrázek 5: Schématický výkres ventilu .....	17
Obrázek 6: Síly působící na šoupátko [9] .....	18
Obrázek 7: Průtok pře škrťací hrany [12] .....	18
Obrázek 8: Tok hybností ve ventilu [9] .....	20
Obrázek 9: Elementární objem tekutiny [7] .....	21
Obrázek 10: Laminární proudění (vlevo), turbulentní proudění (vpravo) [1] .....	23
Obrázek 11: Rozdělení modelů turbulence [1] .....	25
Obrázek 12: Metody modelování turbulence [1] .....	26
Obrázek 13: Fluktuace a její časově středovaná část [1] .....	27
Obrázek 14: Boussinesquova hypotéza [1] .....	28
Obrázek 15: Schéma metod řešení proudění [1] .....	28
Obrázek 16: Vytvořená geometrie v programu „Design Modeler“ .....	31
Obrázek 17: Detailní pohled na vytvořenou geometrii .....	32
Obrázek 18: Síť vytvořená v programu „Ansys Meshing“ .....	33
Obrázek 19: Detail sítě v prostoru škrťacích hran .....	33
Obrázek 20: Nastavení okrajových podmínek .....	35
Obrázek 21: Průběh výpočtu modelu „k - $\epsilon$ realizable“ .....	36
Obrázek 22: Rozložení tlaku pro model „k - $\epsilon$ realizable“ .....	36
Obrázek 23: Rychlost proudění oleje při výpočtu modelem „k - $\epsilon$ realizable“ .....	37
Obrázek 24: Vektory rychlosti v místě škrťacích hran pro model „k - $\epsilon$ realizable“ .....	38
Obrázek 25: Vektory rychlosti u modelu „k - $\epsilon$ realizable“ .....	38
Obrázek 26: $\Delta p - Q$ charakteristiky modelů turbulence .....	39
Obrázek 27: Příprava ventilu pro měření [11] .....	40
Obrázek 28: Schéma měření .....	41
Obrázek 29: Měřený obvod .....	42
Obrázek 30: Připojení snímačů k rozvodné kostce .....	43
Obrázek 31: Rozvodná kostka s ventilem tlakové regulace .....	43
Obrázek 32: Zajištění mechanického dorazu pomocí mikrometru a drátku .....	44
Obrázek 33: $\Delta p - Q$ charakteristika ventilu tlakové regulace .....	45

Obrázek 34: Porovnání experimentu s matematickou simulací .....	46
Obrázek 35: Závislost dynamické viskozity na teplotě [14] .....	47
Obrázek 36: Porovnání $\Delta p - Q$ charakteristik při různých teplotách .....	48

## Seznam tabulek

Tabulka 1: Nastavení okrajových podmínek .....	34
Tabulka 2: Vyhodnocení modelů.....	39
Tabulka 3: Naměřené hodnoty v experimentu.....	45
Tabulka 4: Simulace při teplotě 37,5 °C.....	47
Tabulka 5: Simulace při teplotě 44 °C.....	47
Tabulka 6: Simulace při teplotě 50 °C.....	47